LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ******* Proposé par : M[r] HAOUATI CHOKRI	DEVOIR DE SYNTHESE N° 1 4[éme] TECH 4
	MATHEMATIQUES
	Durée : 2 heures 08/ 11 / 2010

Exercice N°1(4 points)

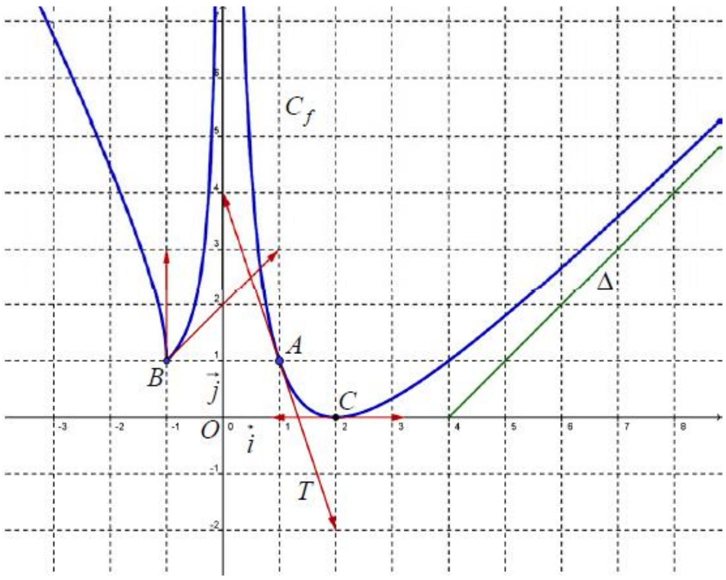
Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe representative notée C_f dans un repere orthonormé d'une fonction f définie sur IR^*

Les droites y=x-4 est une asymptote a C_f au voisinage de $+\infty$

La droite x=0 est une asymptote a C_f

La droite T est une une tangente a C_f au point A

La courbe Cf admet deux demi tangente au point B et une tangente horizentale au point C



1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, f '(2) , f'(1) et f' $_d$(-1)
2) Donner une approximation affine du réel f(0,998)
3) Déterminer $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{f(x)-1}{x+1}$
4) Soit g la fonction définie par g(x)= $\sqrt{f(x)}+x$
   a) Montrer que $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}=-\dfrac{1}{2}$
   b) Donner alors une équation cartésienne de la tangente a la courbe de g au point d'abscisse 1

Exercice N°2(5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .Soient les points A(2,1,2) ,B(0,1,1) et C(-3,0,0)

1) Montrer que les points A, B et C détermine un plan
2) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est –x+y+2z-3=0

3) On considère la droite (D) de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1+2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$

   a) Montrer que la droite (D) et le plan (ABC) sont sécants
   b) Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection H

4) Soit Q le plan d'équation 3x+y+z-8=0
   a) Vérifier que le point H appartient a Q
   b) Montrer que les deux plans (ABC) et Q sont sécants
   c) Déterminer la représentation paramétrique de leur droite d'intersection

<u>Exercice N°3(5 points)</u>

1) a) Ecrire $(3-i)^2$ sous forme algébrique

   b) Résoudre dans C l'équation : $z^2-(7+7i)z-2+26i=0$

2) Soit $f(z)= z^3-(6+7i)z^2+(-9+19i)z-2+26i$

   a) vérifier que f(-1)=0

   b) Déterminer les nombres complexes b et c tels que $f(z)=(z+1)(z^2+bz+c)$

   c) Résoudre alors l'équation f(z)=0

4) Soient dans le plan rapporté a un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points A(-1) ,B(3i) ,C(2+4i) et D(5+3i) .Montrer que AB=CD et que (CB)//(AD)

<u>Exercice N°4(6 points)</u>

Soit f la fonction définie par $f(x)= \sqrt{x^2+x}$

1) Determiner le domaine de définition de f

2) Montrer que la droite D :$x=-\frac{1}{2}$ est un axe de symetrie de C_f

3) Dresser le tableau de variation de f sur $[0,+\infty[$

4) Montrer que la droite $\Delta : y = x+\frac{1}{2}$ est une asymptote oblique a C_f au voisinage de $+\infty$

5) Tracer la courbe C_f et construire les tangente a C_f au point O et A(-1,0)

6) Soit g la restriction de f sur $[0,+\infty[$

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Calculer g(1) et en déduire $(g^{-1})'(\sqrt{2})$

c) Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ sur J