

Lycée Ibn khaldoun	Devoir de synthèse N°1	Classe : 4 ^{ème} Sc.techniques 1
Prof : <i>Zrifi Ramzi</i>	8 décembre 2010	Durée : 2heures

Exercice n°1 (3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à donner la réponse exacte en justifiant.

N°	questions	réponses		
		a	b	c
1	Soit f une fonction dérivable sur IR telle que : $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ alors pour tout $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ on a: $(f \circ \text{tg})'(x) =$	1	$1 + \text{tg}^2(x)$	$\frac{1}{1 + \text{tg}^2(x)}$
2	f une fonction dérivable et bijective de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est T: $y = 2x + 1$ alors :	$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{3}$	$(f^{-1})'(3) = -2$	$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{2}$
3	Soit $z = \sqrt{3} + i$. $z^n \in i\mathbb{R}$ signifie	$n = 3k$	$n = 6k$	$n = 6k + 3$

Exercice n°2 (8 pts)

le plan est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{u}, \vec{v})$.

1°) Trouver les racines carrées de $-8 - 6i$.

2°) On considère dans \mathbb{C} l'équation : (E) $z^3 - (3 + i)z^2 + 6(1 + i)z - 8i = 0$.

a) Montrer que (E) possède une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.

b) Trouver alors les autres solutions z_1 et z_2 .

3°) Soit A et B les images respectives de $1 + i$ et $2(1 - i)$.

a) Placer les points A et B dans le repère \mathcal{R} .

b) Ecrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique.

c) Que peut-on conclure pour le triangle OAB.

4°) Soit $\theta \in [0, \pi]$ et $Z_\theta = -2e^{i\theta} + 1 + i$

a) Placer les points I et J d'affixes respectives Z_0 et Z_π

b) Ecrire $Z_\theta - (1 + i)$ sous forme exponentielle.

c) Déterminer, alors, et construire l'ensemble E des points $M(Z_\theta)$ lorsque θ décrit l'intervalle $[0, \pi]$.

Exercice n°3

(9 pts)

le plan est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit f la fonction définie sur $]0, 2[$ par $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2-x}}$.

1°) a) Etudier la dérivabilité de à droite de 0 et interpréter le résultat.

b) Montrer que $f'(x) = \frac{1}{(2-x)^2 \sqrt{\frac{x}{2-x}}}$ pour tout $x \in]0, 2[$.

2°) a) Donner le tableau de variation de f.

b) Donner l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1

c) Montrer que $f(x) - x = \frac{x(x-1)^2}{x + \sqrt{\frac{x}{2-x}}}$ pour tout $x \in]0, 2[$;

en déduire la position de C_f par rapport à T.

3°) Tracer T et C_f .

4°) a) Montrer que f réalise une bijection de $]0, 2[$ vers un intervalle J à préciser.

b) Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

c) Donner l'expression $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.