Lycée Ali B.Bembla	Bevoir de synthèse n° 1 Mathématiques	<u>Classe</u> : 4 ^{ème} Tech2
<u>Date</u> 03/12/2012	<u>Prof</u> :Mosrati chawki	<u>Durée</u> : 2 heures

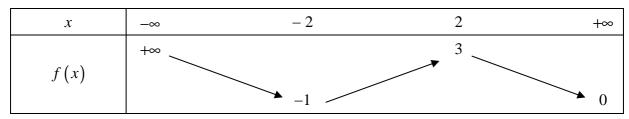
Exercice: 1 (4 pts)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

On demande de recopier sur la copie chaque proposition complétée par la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

On considère une fonction f définie et dérivable sur \square . Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :



- 1) On peut affirmer que ...
 - $\lim_{x \to -1} f(x) = -2.$
 - $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty.$
 - $-\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$
 - $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty.$
- 2) La courbe représentative de la fonction f admet ...
 - pour asymptotes les droites d'équation y = -1 et y = 3.
 - pour asymptotes les droites d'équation x = -2 et x = 2.
 - la droite d'équation y = 0 pour asymptote.
 - la droite d'équation x = 0 pour asymptote.
- 3) Dans IR l'équation f(x) = 0 admet ...
 - 0 solution
 - 1 solution
 - 2 solutions.
 - 3 solutions.
- 4) Dans IR l'inéquation $f(x) > 3 \dots$
 - n'a pas de solution.
 - a pour solutions l'ensemble des réels x > 2.
 - a toutes ses solutions positives.
 - a toutes ses solutions négatives.

Exercice: 2 (6 pts)

- 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : z^2 -(3 + 4i)z 8 + 6i = 0
- 2) Soit dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^3 (1+4i)z^2 (14+2i)z 16 + 12i = 0$
 - a- Montrer que (E) admet une solution réelle.
 - b- Déterminer les nombres complexes b et c tels que :

$$z^3$$
 - $(1+4i)z^2$ - $(14+2i)z$ - $16+12i=(z+2)(z^2+bz+c)$.

- c- Résoudre alors (E).
- 3) Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v}) .

On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = -1 + 2i$ et $z_B = 4 + 2i$.

- a- Montrer que le triangle OAB est rectangle.
- b- Soit C le cercle circonscrit au triangle OAB et D le point d'affixe 4 3i. Montrer que la droite (OD) est tangente à C.

Exercice:3 (6 pts)

Le plan est muni d'un repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$, on considère la fonction f défini sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x}{2x+1} & \text{si } x \ge 0 \\ -x + \sqrt{x^2 - x} & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$

- 1) a- Etudier la continuité de f en 0.
 - b- Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter le résultat graphiquement.
- 2) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x) + 2x \frac{1}{2}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 3) a- Montrer que pour tout x > 0; $f'(x) = \frac{-1}{(2x+1)^2}$.
 - b- Montrer que pour tout x < 0; $f'(x) = -1 + \frac{2x 1}{2\sqrt{x^2 x}}$, déduire le signe de f'(x) sur]- ∞ ; 0[
 - c- Dresser le tableau de variation de f.
- 4) Montrer que l'équation f(x) = 2 admet une unique solution $\alpha \in]-\infty$; 0[.
- 5) a- Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \to +\infty} f\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)$, $\lim_{x \to -\infty} f\left(\frac{x^2+1}{x-3}\right)$.
 - b- Montrer que $\lim_{x\to 0} f\left(\frac{\cos x 1}{x^2}\right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

Exercice:4 (4 pts)

La courbe (\mathscr{C}) ci-dessous représente une fonction f définie sur \mathbb{R} .

La droite T est la tangente à (8) au point d'abscisse 0.

Par une lecture graphique:

- 1) Dresser le tableau de variation de f.
- 2) Déterminer : $\lim_{x \to (-1)^{-}} \frac{f(x) 1}{x + 1}$ et $\lim_{x \to (-1)^{+}} \frac{f(x) 1}{x + 1}$
- 3) Déterminer : f'(0) et f'(1).
- 4) ($\mathscr C$) admet-elle un point d'inflexion ? Justifier.
- 5) Déterminer: $\lim_{x\to 0^+} f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$