Lycée Ali B.Bembla	**Devoir de synthèse n° 1** *Mathématiques*	*Classe : 4 ème Tech2*
Date 03 /12 / 2012	Prof :Mosrati chawki	*Durée : 2 heures*

Exercice:1 (4 pts)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.
On demande de ***recopier sur la copie chaque proposition complétée par la réponse choisie****.*
Aucune justification n'est demandée.

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

1) On peut affirmer que …
   - $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = -2$.
   - $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$.
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.
   - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

2) La courbe représentative de la fonction f admet ...
   - pour asymptotes les droites d'équation $y = -1$ et $y = 3$.
   - pour asymptotes les droites d'équation $x = -2$ et $x = 2$.
   - la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote.
   - la droite d'équation $x = 0$ pour asymptote.

3) Dans IR l'équation $f(x) = 0$ admet ...
   - 0 solution
   - 1 solution
   - 2 solutions.
   - 3 solutions.

4) Dans IR l'inéquation $f(x) > 3$ …
   - n'a pas de solution.
   - a pour solutions l'ensemble des réels $x > 2$.
   - a toutes ses solutions positives.
   - a toutes ses solutions négatives.

Exercice:2 (6 pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (3 + 4i)z - 8 + 6i = 0$
2) Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 - (1 + 4i)z^2 - (14 + 2i)z - 16 + 12i = 0$
   a- Montrer que (E) admet une solution réelle.
   b- Déterminer les nombres complexes b et c tels que :
   $z^3 - (1 + 4i)z^2 - (14 + 2i)z - 16 + 12i = (z + 2)(z^2 + bz + c)$.
   c- Résoudre alors (E).
3) Dans le plan complexe rapport à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

   On désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = -1 + 2i$ et $z_B = 4 + 2i$.
   a- Montrer que le triangle OAB est rectangle.
   b- Soit $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle OAB et D le point d'affixe $4 - 3i$. Montrer que la droite (OD) est tangente à $\mathcal{C}$.

Exercice:3 (6 pts)

Le plan est muni d'un repère $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$, on considère la fonction f défini sur IR par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x}{2x+1} & \text{si } x\geq 0\\ -x+\sqrt{x^2-x} & \text{si } x<0\end{cases}.$$

1) a- Etudier la continuité de f en 0.
   b- Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter le résultat graphiquement.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+2x-\frac{1}{2}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) a- Montrer que pour tout x >0 ; $f'(x)=\dfrac{-1}{(2x+1)^2}$.
   b- Montrer que pour tout x < 0 ; f'(x) = $-1+\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$, déduire le signe de f'(x) sur]-∞ ; 0[
   c- Dresser le tableau de variation de f.

4) Montrer que l'équation f(x) = 2 admet une unique solution α ∈] -∞ ; 0[.

5) a- Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\dfrac{x^2+1}{x-3}\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\dfrac{x^2+1}{x-3}\right)$.
   b- Montrer que $\lim\limits_{x\to 0} f\left(\dfrac{\cos x-1}{x^2}\right)=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

Exercice:4 (4 pts)

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

La droite T est la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.

Par une lecture graphique :

1) Dresser le tableau de variation de *f*.

2) Déterminer : $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{f(x)-1}{x+1}$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{f(x)-1}{x+1}$

3) Déterminer : $f'(0)$ et $f'(1)$.

4) $(\mathscr{C})$ admet-elle un point d'inflexion ? Justifier.

5) Déterminer : $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$