Lycée secondaire de bouhajla Devoir de synthèse :1		Prof :F.Nizar Date :04/12/1013	
Année scolaire : 2013/2014	Classe : 4ème Tech 4	Durée : 2h	Coeff :3

Exercice N° : 1 **(4 points)**

Pour chaque que question : trois affirmations sont proposées ; une et une seule est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) La fonction $f : x \to \sqrt{\frac{x+1}{x}}$ est définie sur :

a)$]-\infty; 1[\cup]0\ ;+\infty[$ b) $]-\infty; -1]\cup]0\ ;+\infty[$ c)$\mathbb{R}^*$

2) Si $\lim_{x\to+\infty}(f(x)+x)=1$ alors la droite Δ est une asymptote à C_f au voisinage de $(+\infty)$

a) $\Delta : y = 1$ b) $\Delta : y = x - 1$ c) $\Delta : y = -x + 1$

3) Les solutions dans l'ensemble $\mathbb{C}$ de l'équation :$z^2 - i\sqrt{3}z + 1 = 0$ sont :

a) Opposées b) inverses c) ni opposées ni inverses

4) Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$ alors un argument de (iz) est :

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$

Exercice N° ; 2 **(6 points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :$z^2 - (1+i)z + i = 0$.
2) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation :

   $(E_\theta) : z^2 - (1+i)e^{i\theta}z + ie^{2i\theta} = 0$ (ou θ est un réel).

   a) Vérifier que $z_1 = e^{i\theta}$est une solution de (E_θ)
   b) En déduire l'autre solution z_2 de (E_θ)
3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$. On considère les points M et M' d'affixes respectives z_1 et z_2 .

   a) Vérifier que $\frac{z_2}{z_1}$ est imaginaire pur.
   b) Montrer que $\forall\ \theta \in \mathbb{R}$ le triangle OMM' est isocèle et rectangle en O.

Exercice N° : 3 **(5 points)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}$ et on désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{I},\vec{J})$ du plan.

1) Montrer que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$ et : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$; Interpréter graphiquement les résultats.
2) Montrer que f admet une limite finie en 1 que l'on précisera.
3) Déterminer le prolongement par continuité g de f en 1.

Exercice N° : 4 **(5 points)**

Le plan est rapportée à un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$ .La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

- (C) admet au $V(+\infty)$ une branche parabolique de direction $(O,\vec{I})$.
- (C) admet au $V(-\infty)$ une branche parabolique de direction $(O,\vec{J})$.
- (C) admet un minimum absolu au point d'abscisse 0 de valeur 0 .
- (C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :

1) Déterminer (0) .
2) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
3) Dresser le tableau de variation de .
4) Résoudre $f'(x) = 0$ et $f'(x) \leq 0$.
5) Déterminer suivant la valeur du paramètre réel , le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$.