

Exercice n°3 : (4 pts)

Soit f la fonction définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x) = \frac{1}{\cos x}$.

- 1) Montrer que f réalise une bijection de $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1; +\infty[$.
- 2) On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f .
Calculer $f^{-1}(2)$ et $f^{-1}(\sqrt{2})$.
- 3) a/ Montrer que f est dérivable sur $]1; +\infty[$ et calculer $(f^{-1})'(2)$.

b/ Montrer que, pour tout $x \in]1; +\infty[$ on a : $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$.

Exercice n°4 : (7 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - \sqrt{x^2+1} + 2$.

La représentation graphique \mathcal{C} de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est donnée sur l'annexe ci-joint.

- 1) a/ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-1}{x + \sqrt{x^2+1}} + 2$.
b/ En déduire que la droite $D : y = 2$ est une asymptote de \mathcal{C} au voisinage de $+\infty$.
c/ Montrer que la droite $\Delta : y = 2x + 2$ est une asymptote de \mathcal{C} au voisinage de $-\infty$.
d/ Tracer D et Δ sur la feuille annexe.
- 2) a/ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1}}$.
b/ Dresser le tableau de variations de f .
c/ Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle K que l'on précisera.
- 3) a/ Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique $\alpha \in]-1; 0[$.
b/ Montrer que $f'(\alpha) = \frac{2}{\alpha+2}$.
- 4) On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f .
a/ Etablir le tableau de variations de f^{-1} .
b/ Tracer \mathcal{C}' la représentation graphique de f^{-1} dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de la feuille annexe.

Bonne chance

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Devoir de synthèse n°1 (09 – 12 – 2015)

Nom et prénom :

Classe : 4^{ème} Tech ...

