

Lycée : Echebbi Tadhman	Devoir de synthèse N°1	Prof : OUERGI CHOKRI
Année scolaire : 2015/2016		Epreuve : MATHÉMATIQUES
Classe: 4 ^{ème} Technique 3		Durée : 120mn

Exercice 1 (7 pts)

1°) Soit $(E) : z^2 + (6 + 5i)z + 2 + 16i$ telle que z est un nombre complexe

- Vérifier que $-4 - 2i$ est une solution de (E)
- Résoudre alors l'équation (E)

2°) Soit $h(z) = z^3 + 2(3 + 2i)z^2 + (7 + 10i)z + 16 - 2i$

- Développer $(z - i)(z^2 + (6 + 5i)z + 2 + 16i)$
- Résoudre alors l'équation $h(z) = 0$

3°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = -4 - 2i$ et $z_C = -2 - 3i$

On désigne par z_T l'affixe du point T milieu de $[AC]$

- Représenter les points A , B , C et T
- Calculer $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$
- Déduire la nature du triangle ABC

4°) a) Calculer z_T

- Déterminer z_D l'affixe du point D symétrique du point B par rapport à T
- Déduire la nature du quadrilatère $ABCD$ puis calculer son aire

Exercice 2 (8 pts)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

1°) Etudier la continuité de f sur \mathbb{R}

2°) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche et à droite en 1

b) Construire les demi-tangentes de f au point d'abscisse 1

c) Dresser le tableau de variation de f sur $[1, +\infty[$

3°) a) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle K à préciser .

b) Explicité $f^{-1}(x)$ pour $x \in K$

4°) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}x$ admet une unique solution α sur $]1, 2[$

5°) a) Montrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

b) En déduire que $|2\sqrt{x} - \alpha x| \leq |x(x - \alpha)|$

Exercice 3 (5 pts)

Dans l'annexe ci-jointe , on désigne par $\mathcal{C} f$ est la courbe représentative , dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur \mathbb{R}

1°) Déterminer graphiquement

a) $f(3)$, $f(-1)$, $f(1)$ et $f'(3)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)-2}{x+1}$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x)-2}{x+1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1}$

2°) Dresser le tableau de variation de f sur \mathbb{R}

3°) Donner le signe de f' pour $x \in \mathbb{R}$

4°) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[-3, -1]$

a) Montrer que g réalise une bijection de $[-3, -1]$ sur un intervalle K à préciser .

b) Tracer en rouge la courbe $\mathcal{C} g^{-1}$ de la fonction g dans le même repère

Nom & Prénom :

Annexe

(Feuille à rendre avec la copie)

