Lycée Ibn khaldoun la Skhira	Devoir de Synthèse n°01		
Prof : Saemongi	4 ème Tech 2 et 3	2 heures	samedi 24-12-2016

EXERCICE n°1 : (4 pts)

Choisir la bonne réponse

1) le nombre complexe $\sqrt{2}$ + i $\sqrt{2}$ est une racine carré de :

a)4i ; b) - 4i ; c) $2\sqrt{2}$ i

2) Soit z et z' deux nombres complexes tels que $|z|=3$ et $z'=z+\frac{1}{z}$ alors

a) $|z'|=\frac{8}{3}$ b) $|z'|=\frac{4}{3}$ c) $|z'|=\frac{10}{3}$

3) Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[3;6]$ tel que $|f'(x)|\leq 5$ pour tout $x\in[3;6]$

a) $|f(6)-f(3)|\leq 5$ b) $|f(6)-f(3)|\leq 3$ c) $|f(6)-f(3)|\leq 15$

4) Soit f une fonction définie sur IR par : $f(x)=\sqrt{1-\sin x}$ f est dérivable sur

a) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ b) L'intervalle IR c) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

EXERCICE n°2 (6 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ on considère les points

A(1 ;2 ;0) ; B(2 ;1 ;1) ; C(1 ;3 ; -2) et D(3 ;-4 ;3).

1) *a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.*

b) Déterminer une équation cartésienne du plan P = (ABC).

2) *a. Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.*

b. Déterminer la position relative de (AB) et (CD).

3) *Soit un plan* $Q: x-2y+z+3=0$, $\vec{U}=\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$, $\vec{V}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ *et* $\vec{W}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

a. Vérifier que $A\in Q$.

b. *Donner la position relative de P et Q .*

c. *Montrer que* $\overrightarrow{AB}\perp\vec{V}$ *et que* $\vec{U}\perp\vec{W}$.

TURN OVER

EXERCICE n°3: (10 pts)

I. Soit f la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par : $f(x)=1+\sqrt{x^2-1}$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

Donner le domaine de définition de f.

1. a. Etudier la dérivabilité de f a droite en 1. Interpréter graphiquement ce résultat.

b. Dresser le tableau de variation de f sur $[1;+\infty[$

2. a. Montrer que la droite $\mathbf{D}: \boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}+\mathbf{1}$ est une asymptote oblique de C_f

b. étudier la position relative de la courbe de C_f par rapport à son asymptote D.

c. tracer la courbe C_f et la droite D .

3. a. Montrer que f réalise une bijection de $[1;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

c. Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.

d. Tracer la courbe $C_{f^{-1}}$ dans le même repère $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

4. on considère la fonction g définie sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x)=f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

a. Montrer que pour tout $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ on a $g(x)=1+tg(x)$.

b. Montrer que g réalise une bijection de $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ sur $[1;+\infty[$.

c. Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[1;+\infty[$

d. Montrer que $(\boldsymbol{g}^{-1})'(x)=\frac{\mathbf{1}}{x^2-2x+2}$ pour tout $x \in [1;+\infty[$