ANNEX E A RENDRE

Nom et prénom :………………………..

EXERCICE N°1 (3pts)

Cocher la réponse juste

1/ Sachant que $e^{i\theta}$ est une solution de l'équation :$z^2 - 2cos\theta\ z + 1 = 0$ alors l'autre solution est :

a) $e^{-i\theta}$ b) $ie^{i\theta}$ c) $i\ cos\theta$

2/ Les racines cubiques de $z = 4\sqrt{2}\ (1 + i)$ sont de la forme

$a)\{\ z_k = 2\ e^{i\left(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3}\right)}\ ; k \in \{0,1,2;3\}\}$ b) $\{\ z_k = 2\ e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2k\pi}{3}\right)}\ ; k \in \{0,1,2\}\}$ c) $\{\ z_k = 2\ e^{i\left(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3}\right)}\ ; k \in \{0,1,2\}\}$

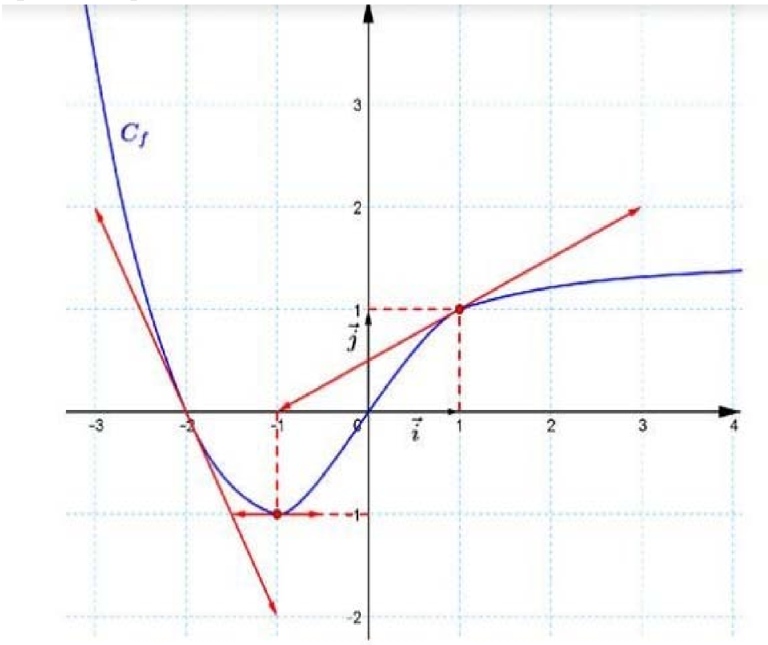
3/ Soit f la fonction dérivable sur [1 ;4] et pour tout $x \in [1\ ; 4] on\ a\ |f'(x)| \leq 4\ \ alors$

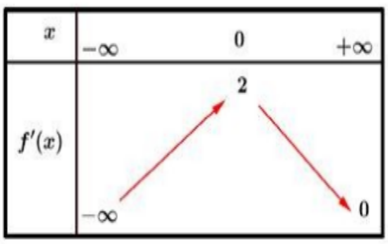
a) $|f(4) - f(1)| \leq 4$ b) $|f(4) - f(1)| \leq 12$ c) $|f(4) - f(1)| \leq \frac{4}{3}$

EXERCICE N°2 (5pts)

On donne la courbe C_f représentative dans un repère orthonormé $(o\ ;\vec{\imath}\ ;\vec{\jmath})$d'une fonction f deux fois dérivables sur IR ainsi que le tableau de variation de la fonction $f'dérivée\ de\ f$.

- C_f admet au voisinage de $(-\infty)$ une branche parabolique de direction celle de $(o\ ;\vec{\jmath})$
- C_f admet au voisinage de $(+\infty)$ une branche parabolique de direction celle de $(o\ ;\vec{\imath})$





Par lecture graphique

1/ a)Déterminer : $f'(-1) = \cdots$; $f'(2) = \cdots$; $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = \cdots$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \cdots$; $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x} = \cdots$

et $(fof)'(-2)$ =……………….=……………..=………………..

b)Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1

……………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

c) Déterminer la position relative de C_f par rapport a T sur $[1\ ; +\infty[$

………………………………………………………………………………………

2/ a) Déterminer le signe de f'' (dérivée seconde de f)

b) En déduire que C_f admet un point d'inflexion dont on précisera les coordonnés

………

3/ Soit g la restriction de f sur $[-1\,;+\infty[$

a) Montrer que g realise une bijection de $[-1\,;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

………

………

b) Montrer que g^{-1} (fonction réciproque de g) est dérivable en 1 et calculer $(g^{-1})'(1)$

………

……

4/ a) Montrer que pour tout $x \in [1\,;+\infty[$ $on\ a : 0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$

………

………

b) Déduire que pour tout $\alpha \in [1\,;+\infty[$ $on\ a: f(\alpha) - 1 \leq \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}$

………

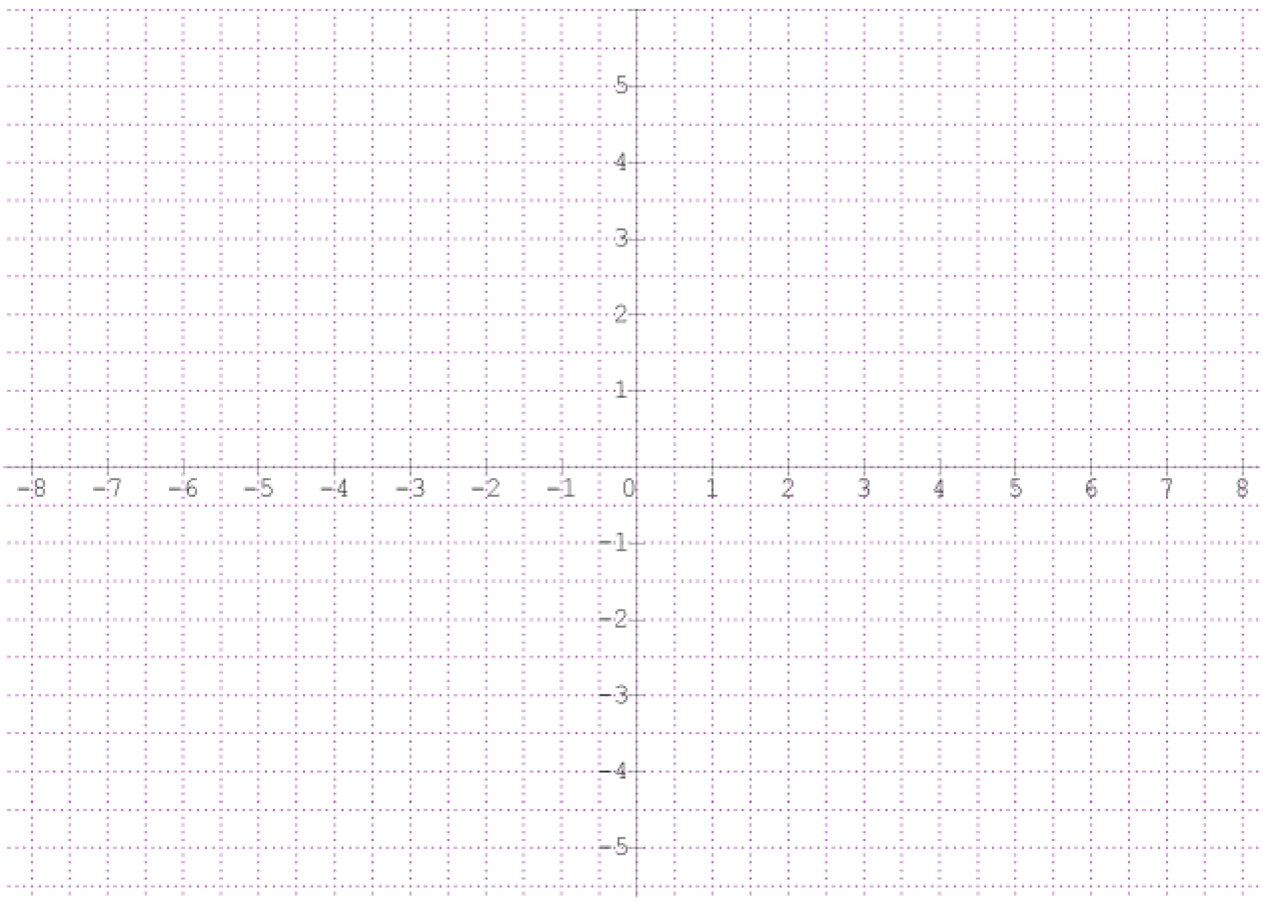
……………………………………………………………………………

c) Retrouver la position relative de C_f par rapport a T sur $[1\,;+\infty[$

…………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Exerice n°3 : $(\boldsymbol{C} \quad et\ \boldsymbol{C'})$



Lycée Ibn Charaf Ennadhour	***DEVOIR DE SYNTHESE N°1***	*Prof :BOUZID.M*
Le 24/01/2018	***Epreuve: MATHEMATIQUES***	*Classe : 4Tech$_{2\text{-}3}$* *Durée : 2h*

<u>EXERCICE N°3</u> (6pts)

Soit la fonction f définie sur$]-\infty;0]$ $par\ f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ et $\boldsymbol{C}$ la courbe représentative de f dans un repère Orthonormé $(o\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

1/ Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat

2/ Dresser le tableau de variation de f

3/ Tracer $\boldsymbol{C}$ (**sur l'annexe à rendre**)

4/ Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty;0]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

5/ Soit la fonction g définie sur $]-\infty;0]$ $par\ g(x)=f(x)-x$

a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty;0]$ sur un intervalle K que l'on précisera

b) Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution α dans $]-\infty;0]$

c) Vérifier que $\alpha\in\left]\frac{-3}{5}\,;-\frac{1}{2}\right[$

d) En déduire la position relative de $\boldsymbol{C}$ *et la droite* Δ : y = x

6/a) f^{-1} (fonction réciproque de f) est-elle dérivable a droite en (-1) ?Justifier votre réponse.

b) Calculer $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ *,montrer que* f^{-1} *est dérivable en* $(-\frac{3}{5})$ *et calculer* $(f^{-1})'(-\frac{3}{5})$

c) Tracer **C'** la courbe de f^{-1} dans le même repère (on précisant sur la demi-tangente). (**sur l'annexe à rendre**)

d) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x\in J$

<u>EXERCICE N°4</u> (6pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(o\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,;\vec{k})$.On considère les points **A(1 ; -2 ; 0)** ; **B(2 ; 1 ;2)** **C(0 ; -1 ; 0) et I(1 ;2 ;1)**

1/ a)Montrer que A , B et C déterminent un plan

b)Montrer que l'équation cartésienne du plan P=(ABC) est : $\boldsymbol{x+y-2z+1=0}$

c) Montrer que les points A ,B,C et I ne sont pas coplanaires

d) Calculer la distance d(I,P) du point I au plan P.

2/a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite D perpendiculaire à P et passant par I

b) Soit H le point d'intersection de P et D . Déterminer les coordonnées de H

c) Retrouver alors la distance d(I,P)

3/a) Déterminer l'équation cartésienne du plan Q passant par E(1 ;1 ;1) et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

b) Calculer la distance d(I,Q) du point I au plan Q

c)Montrer que P et Q sont perpendiculaires. Et déterminer l'équation paramétrique de la droite $\Delta=P\cap Q$

d) En déduire la distance du point I à la droite Δ