Lycée S.C.J Gafsa A /S 2017-2018	DEVOIR DE SYNTHESE N°1	Prof :Mr ,Slimen .L Niveau : $4^{ème}T_2$

Exercice N°1 (3pts) :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse :

1)Soit f la fonction continue sur $\mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$ par $f(x)=(\tan x)^3+\tan x$ alors une primitive de f est :

a-$F(x)=\frac{(\tan x)^2}{2}$ b- $F(x)=(\tan x)^2$ c-$\tan x^2$

2)le dérivée de la fonction $g(x)=\tan(\sin x)$ est :

a) $\cos x\,(1+tan^2(\sin x)$ b) $\sin x\,(1+tan^2(\cos x)$ c) $1+tan^2(\cos x)$

Exercice N°2 (5pts) :

On considère la fonction $f(x)=\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$.

Soit F la primitive de f sur $]1,+\infty[$ qui s'annule en $\sqrt{2}$.

1)a-Montrer que F est strictement décroissante sur $]1,+\infty[$.

b- En déduire le signe de $F(x)$ sur $]1,+\infty[$.

2)Soit G la fonction définie sur $]0,\frac{\pi}{2}[$par $G(x)=F(\frac{1}{\sin x})$.

a-Montrer que G est dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et calculer $G'(x)$.

b- En déduire que pour tout $x\in]0,\frac{\pi}{2}[$ on a $G(x)=x-\frac{\pi}{4}$.

c-Calculer alors $F(2)$.

Exercice N°3 (7pts) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x)=x-\sqrt{x^2+1}+2$.

La représentation graphique ξ de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ est donnée sur l'annexe ci-joint.

1)a-Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{-1}{x+\sqrt{x^2+1}}+2$

b- En déduire que la droite $D: y=2$ est une asymptote de ξ au voisinage de $(+\infty)$.

c-Montrer que la droite $\Delta: y=2x+2$ est une asymptote de ξ au voisinage de $(-\infty)$.

d-Tracer D et Δ sur la feuille de l'annexe .

2)a-Montrer que $f'(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}}$.

b-Dresser le tableau de variation de f.

c-Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle K que l'on précisera.

3)a-Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique $\alpha\in]-1,0[$.

b-Montrer que $f'(\alpha)=\frac{2}{\alpha+2}$.

4)On désigne par f^{-1}la fonction réciproque de f.

a-Etablir le tableau de variation de f^{-1}.

b-Tracer ξ' la représentation graphique de f^{-1} dans le repère $(O,\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ de la feuille annexe .

Exercice N°4 (5pts) :

Dans l'espace rapporte à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les droites

$$D_1 \begin{cases} x = 3 + 2\alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad D_2 \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 3 - \beta \\ z = 2\beta \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$$

1)Montrer que les droites D_1 et D_2 ne sont pas coplanaires.

2)Soit P le plan contenant la droite D_1 et parallèle à D_2.

Vérifier qu'une équation cartésienne du plan P est : $x - 5y - 3z - 2 = 0$.

3)On considère les plans $P_1 : x + 2z = 0$ et $P_2 : x - z + 2 = 0$.

a-Vérifier que P_1 et P_2 sont sécants.

b-Soit $D = P_1 \cap P_2$ .Trouver une représentation paramétrique de la droite D

c-Etudier la position relative de D_1 et P_2.

d- En déduire le point d'intersection de D_1 et P_2

BON TRAVAIL

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom et Prénom………