

Exercice N .01 (02points)

Choisir en justifiant la réponse correcte

1) Un argument de $Z = 1 - e^{i\frac{\pi}{3}}$ est a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $-\frac{\pi}{3}$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tan\left(\frac{\pi x}{2x+1}\right)$ est égale à a) 0 b) $+\infty$ c) $-\infty$

3) l'équation $x^6 + 3x^2 - 3 = 0$ admet dans $[-1,1]$

- a) une seule solution b) aucune solution c) deux solutions

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)$ est égale à a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$

Exercice N .02(03 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On note M , N et K les points d'affixes respectives

$$a = 1 + i\sqrt{3}, \quad b = \sqrt{3} - i \text{ et } a + b$$

1) Donner la forme exponentielle de a , b et $\frac{a}{b}$

2) Montrer que $OMKN$ est un carré

3) Vérifier que $(a + b)e^{i\frac{\pi}{6}} = 2 + 2i$

b-En déduire la forme exponentielle de $a + b$ et la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice N .03(07points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (2 + i)z + 1 + i = 0$

2) Pour tout nombre complexe z on pose :

$$f(z) = z^3 - (4 + i)z^2 + (5 + 3i)z - 2(1 + i)$$

a) Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle $z \neq 1$ que l'on précisera



b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$$f(z) = (z - 2)(z^2 + az + b)$$

c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $f(z) = 0$

3) On désigne par A , B et F les images respectives de $Z_0 = 1$, $Z_1 = 2$ et $Z_2 = 1 + i$

a) Ecrire sous forme exponentielle le nombre $\frac{Z_F - Z_A}{Z_B - Z_A}$

b) En déduire que le triangle ABF est rectangle et isocèle en A

Exercice N.04(08 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + 1$

1-a) Calculer $\lim_{+\infty} f$ interpréter le résultat graphiquement

b- Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R}_+ et que $f'(x) = \frac{-x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

c- Dresser le tableau de variation de f .

2) On pose $g(x) = f(x) - x$

a- Dresser le tableau de variation de g .

b- Montrer que l'équation $f(x) = x$ a une unique solution α dans $]0, +\infty[$

c- Vérifier que $1 < \alpha < 2$

d- Montrer que α est une solution de l'équation $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x = 0$

3) Soit la fonction h définie sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ par $h(x) = f(\tan x)$

a- Montrer que h est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$

b- Calculer $h'(x) = -\sin x$ pour tout $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

c- Dresser le tableau de variation de h

