

N.B : La présentation et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice n°01 (3 pts) :

Soit les deux intégrales : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$

1/ Calculer $I + J$ et $I - J$.

2/ En déduire I et J .

Exercice n°02 (3 pts) :

La courbe (ξ_f) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $]0, +\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f sur $]0, +\infty[$. Les axes (O, \vec{i}) et (O, \vec{j}) sont des asymptotes à (ξ_f) .

La courbe (ξ_f) passe par les points $A(1; -1)$ et $B\left(\frac{1}{e}; 0\right)$ et admet une tangente

parallèle à (O, \vec{i}) au point $A(1; -1)$.

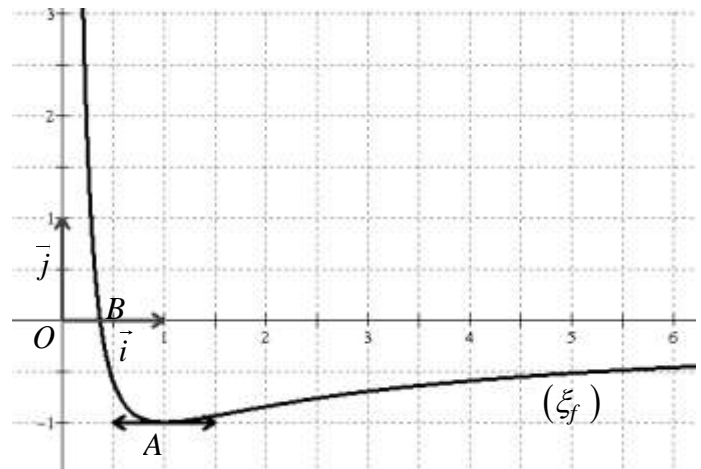
En utilisant les données ci-dessus déterminer sans justification :

a) $f(1)$ et $f'(1)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c) Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

d) Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$.



Exercice n°03 (6 pts) :

Le plan \mathcal{P} est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soit $g(x) = \frac{3e^x + 5}{e^x + 2}$

1/ Déterminer D_g .

2/ Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; Interpréter graphiquement les résultats obtenus.



- 3/ Déterminer le domaine de dérivabilité de g et calculer $g'(x)$.
- 4/ Dresser le tableau de variation de g .
- 5/ Montrer que g réalise une bijection de D_g sur un intervalle I que l'on précisera.
On note h la bijection réciproque de g .
- 6/ Expliciter $h(x)$ pour $x \in I$.
- 7/ Tracer (ξ_g) et (ξ_h) .

Exercice n°04 (4 pts):

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v})

On considère l'équation d'inconnue complexe z :

$$(E): z^3 - (4+2i)z^2 + (2+7i)z - 3(i-1) = 0$$

- 1/ Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_0 .
- 2/ Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_1 .
- 3/ a) Déterminer la troisième solution z_2 de l'équation (E) et placer les points
 $A(z_0)$; $B(z_1)$ et $C(z_2)$.
Soit D un point du plan d'affixe $z_3 = z_2 + 2$
b) Qu'elle est la nature du triangle BAD ?

Exercice n°05 (4 pts):

L'espace \mathcal{E} est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

$$A(-1; -1; 1) ; B(3; 2; -1) \text{ et } C\left(1; \frac{1}{2}; 1\right).$$

- 1/ a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignés.
b) Déterminer une équation cartésienne du plan $P = (ABC)$.
- 2/ On considère l'ensemble S_m des points $M(x, y, z)$ vérifiant :
- $$x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2(m+1)y + m^2 + 2m = 0 ; m \in \mathbb{R}.$$
- a) Montrer que S_m est une sphère dont on précisera, en fonction de m son centre
 I_m et son rayon R_m .
- b) Déterminer l'ensemble des points I_m lorsque m décrit \mathbb{R} .
- c) Étudier suivant les valeurs de m l'intersection de la sphère S_m et du plan P .

Bon Travail ✍

