

**Exercice N°1 (3 points)**

Pour Chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Le candidat indiquera sur la copie sans justification le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1) Une primitive sur  $]0, +\infty[$  de la fonction  $x \rightarrow \frac{\ln^2(x)}{x}$  est

a)  $x \rightarrow \frac{\ln(x)}{x}$     b)  $x \rightarrow \frac{1}{3}\ln^3(x)$     c)  $x \rightarrow \frac{\ln(x)-x}{x}$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - \ln(x)) =$

a) 0    b)  $+\infty$     c) 1

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{\frac{1}{x}} =$

a)  $+\infty$     b) 0    c) 1

4)  $\int_{-2}^2 x e^{x^2} dx =$

a)  $\frac{16}{3}e^4$     b) 0    c)  $e^4$

5)  $\int_1^e \ln\left(\frac{1}{t}\right) dt =$

a)  $e - 1$     b) -1    c)  $\frac{1}{e} - 1$

6) Soit la fonction définie et dérivable sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  alors la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est :

a)  $f'(x) = e^{\frac{1}{x}}$     b)  $f'(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}}$     c)  $f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

**Exercice N°2 (6 points)**

On donne le tableau de variation de la fonction  $g$  définie sur  $\Psi$  par  $g(x) = e^x - x$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		+
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\Psi$  par  $f(x) = \ln(g(x))$

1) Dresser le tableau de variation de  $f$

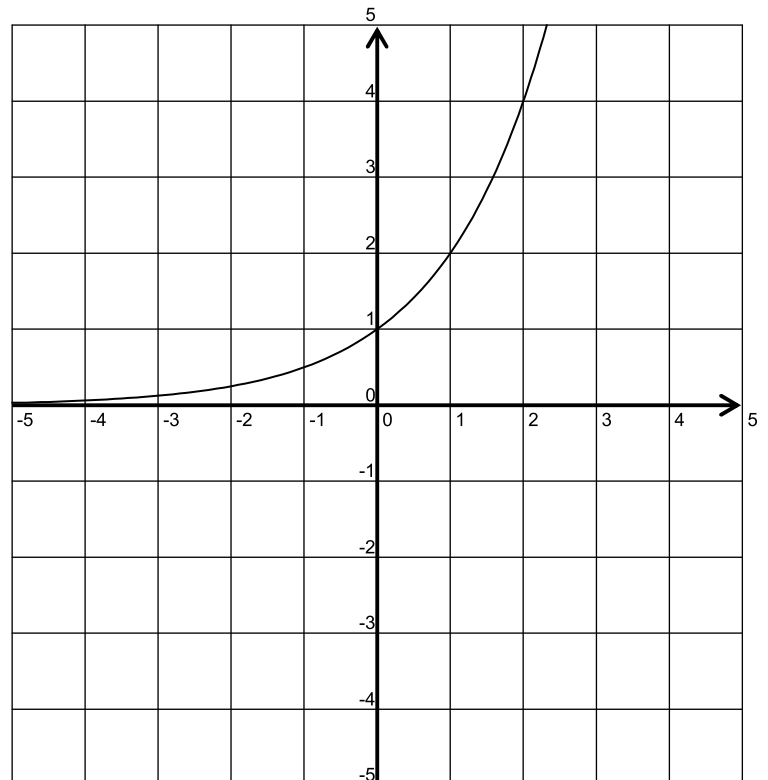
2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu

- 3) a) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = x + \ln(1 - xe^{-x})$
- b) En déduire que la droite  $\Delta$  d'équation  $y=x$  est une asymptote oblique à  $C_f$  au voisinage de  $+\infty$
- 4) Tracer la courbe  $C_f$  et  $\Delta$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  unité graphique 2 cm
- 5) Soit  $h$  la restriction de  $f$  sur l'intervalle  $I = [0, +\infty[$ 
  - a) Montrer que  $h$  admet une fonction réciproque  $h^{-1}$  définie sur  $I$
  - b) Etudier la dérivabilité de  $h^{-1}$  sur  $I$

### Exercice N°3( 5 points)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\Psi$ . La courbe  $C_f$  admet une branche parabolique de direction  $(oy)$

- 1) Déterminer graphiquement :
  - a)  $f(0)$  ,  $f(1)$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 2) Résoudre graphiquement  $f(x) = 4$  et  $f(x) > 4$
- 3) Dans la suite on suppose que  $f$  est définie par  $f(x) = a^x$  avec  $a > 0$ 
  - a) Trouver la valeur du réel  $a$
  - b) Donner l'expression de  $f'(x)$  . Dresser le tableau de variation de  $f$
  - c) Retrouver les résultats de la question 2)



### Exercice N°4( 6 points)

L'espace  $E$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points  $A(3,2,6)$  ;  $B(1,2,4)$  ;  $C(4,-2,5)$

- 1) a) Calculer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
- b) En déduire que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés
- c) Calculer le volume du tétraèdre  $OABC$
- 2) Soit  $H$  le projeté orthogonale du point  $O$  sur le plan  $(ABC)$   
Montrer que  $OH = \frac{4}{3}$
- 3) Soit  $S$  la sphère de centre  $O$  et passant par  $A$ 
  - a) Justifier que l'intersection de  $S$  avec le plan  $(ABC)$  est un cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $H$
  - b) Calculer le rayon du cercle  $\mathcal{C}$

\*\*\*\*\***BON TRAVAIL**\*\*\*\*\*