Lycée secondaire ALI BOURGUIBA 2009 - 2010
Épreuve : Mathématiques
Prof : MAATALLAH

Devoir de Synthèse n° 2 Durée : 3h

Le 04 - 03 - 2010 Classe : 4 Tec 1,2

EXERCICE N1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est correcte. Relever cet[redacted] réponse.

1/ la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$ a pour limite :

a) 0 en $+\infty$ b) 1 en 0^+ c) 0 en 0^+

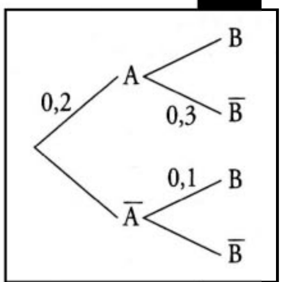
2 /Le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \ln[\ln(-x)]$ est :

a) $]-\infty,-1[$ b) $]-1,0[$ c) $]-\infty,0[$

3/ Soit C et D deux événements indépendants. On donne $p(C) = \frac{1}{3}$ et $p(D) = \frac{1}{12}$ On a alors :

a) $p(D \cap C) = \frac{5}{12}$ b) $p(D \cup C) = \frac{7}{18}$ c) $p(C/D) = \frac{1}{36}$

4/ Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-contre où A et B sont deux événements, et leurs événements contraires. On a alors :



a) $p(B) = 0,22$ b) $p(A \cap B) = 0,8$ c) $p(A/B) = 0,7$

EXERCICE N 2 (5 points)

Pour fabriquer un appareil on utilise successivement et dans cet ordre deux machines M_1 et M_2.

La machine M_1 peut provoquer deux défauts d_1 et d_2.

Un relevé statistique permet d'estimer que : 4 % des appareils présentent le défaut d_1 et lui seul ; 2[redacted] appareils présentent le défaut d_2 et lui seul ; 1 % des appareils présentent à la fois les défauts d_1 et d_2.

1/ On prélève au hasard un appareil à la sortie de M_1. On note A l'événement : « l'appareil présen[redacted] défaut d_1 » ; B l'événement : « l'appareil présente le défaut d_2 ».

a- Calculer les probabilités des événements A et B . Les événements A et B sont-ils indépendants ?

b- Soit D l'événement : « l'appareil présente au moins un défaut ». Montrer que la probabi[redacted] l'événement D est égale à 0,07.

c- Quelle est la probabilité pour que l'appareil ne présente aucun défaut ?

2/ A la sortie de la machine M_1 les appareils en cours de fabrication passent par la machine M_2 qu[redacted]

EXERCICE N3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, *on considère les points* $A(1,2,-3)$, $B(0,2,-2)$, $C(1,1,-2)$ *et* $D(1,2,-1)$.

1/ a- *Montrer que A, B,C et D sont non coplanaires . Calculer le volume du tétraèdre ABCD .*

b-*Calculer la distance du point B à la droite (AD).*

2/ *Soit S l'ensemble des points* $M(x,y,z)$ *tels que :* $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+8=0$

a- *Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon .*

b- *Montrer que [AD] est un diamètre de S .*

c- *Calculer* $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}$ *et* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$ *et en déduire que A,B , C et D appartiennent à la sphère S.*

d- *Donner une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A .*

3/ *Soit le plan P d'équation :* $2x-y+2z+3=0$.

a- *Montrer que P coupe S en un cercle C dont on précisera le centre et le rayon .*

b- *Déterminer l'équation du plan P' parallèle à P et coupe S suivant un cercle de rayon* $r=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

EXERCICE N4 (7 points)

1/ *Soit* φ *la fonction définie sur* ℝ *par* $\varphi(x)=e^x+x+1$.

a- *Etudier le sens de variation de* φ *et ses limites en* $-\infty$ *et* $+\infty$.

b- *Montrer que l'équation* $\varphi(x)=0$ *admet une solution unique* α *sur* $[-2\,;-1]$ *et que* $-1{,}28<\alpha<$ [redacted]

c- *Etudier le signe de* $\varphi(x)$ *sur* ℝ .

2/ *Soit f la fonction définie sur* ℝ *par* $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$ *et(C) sa courbe représentative dans un repère orthon*[redacted]*é* $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

a- *Montrer que* $f'(x)=\dfrac{e^x\varphi(x)}{(e^x+1)^2}$. *En déduire le sens de variation de f .*

b- *Montrer que* $f(\alpha)=\alpha+1$ *et en déduire un encadrement de* $f(\alpha)$.

3/ *Soit T la tangente à (C) au point d'abscisse 0. Donner une équation de T et étudier la position de(C)* [redacted] *rapport à T.*

4/ *Démontrer que la droite D d'équation* $y=x$ *est asymptote à (C) et étudier la position de C par rappo*[redacted]*D.*

5/ *Tracer sur un même graphique les droites T, D et la courbe(C) .*

Bon Travail