Nom :…………………………………… **Prénom** :…………………………….. Classe : 4T (1 et 2)

❖ **<u>Exercice n°1 :</u>**

Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte.

1/ Soit f une fonction définie sur IR, f ’ sa dérive, f ’’ sa dérivé seconde de f et C_f sa courbe représentative dans un repère o.n.

On donne le tableau de variation de la fonction **f ‘**.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f ’’(x)		+	0	–	0	+	
f ’(x)	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

La courbe C_f admet :

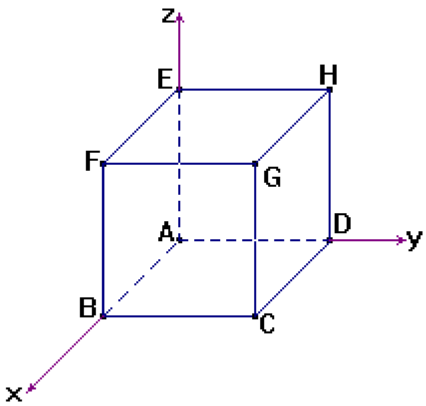
☐ Aucun point où la tangente est horizontale.

☐ Un seul point où la tangente est horizontale.

☐ Deux point où la tangente est horizontale.

2/ ABCDEFGH est un cube d’arête 1

On munit l’espace du repère orthonormé direct $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$



a/ Le réel $\vec{BD}.\vec{EC}$ est égal à :

☐ 0 ☐ $\sqrt{2}$ ☐ $\sqrt{3}$

b/ Le vecteur $\vec{AF} \wedge \vec{AD}$ est égal à :

☐ $\vec{0}$ ☐ $\vec{AG}$ ☐ $\vec{BE}$

c/ On désigne par I le milieu du segment [EG]

Soit S la sphère de centre I et passant par F . Alors on a :

☐ Le plan (BEG) est tangent à la sphère S

☐ L’intersection de la sphère S et le plan (BEG) est le cercle de diamètre [EG]

☐ L’intersection de la sphère S et le plan (BEG) est le cercle circonscrit au triangle EGH

Prof : Mosrati& Aguir

Devoir : Mathématique

DEVOIR DE SYNTHESE N:2

Lycée Ali Bourguiba Bembla

Classe : 4 T : 1 et 2

❖ Exercice n°2 :

La courbe (**C**) donnée ci-après représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormé . Cette courbe passe par les points A(-3 ; 1) et B(-1 ; 3).
Les droites (D) et (D’) sont les tangentes à la courbe respectivement en A et en B.

1. Déterminer graphiquement $f'(-3)$, $f'(-1)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = e^{f(x)}$.

a. Justifier que f et g ont les mêmes variations.

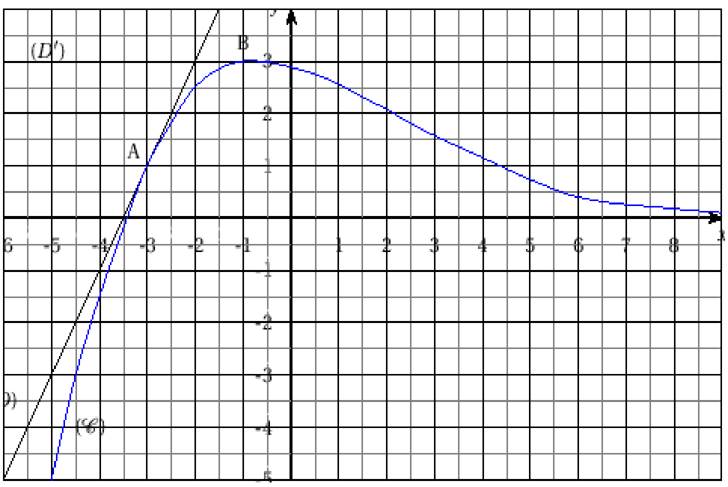
b. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

c. Calculer $g'(-3)$.

3. Soit h la fonction définie sur] -3,1 ; +∞[par $h(x) = \ln(f(x))$

a. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$. (On justifiera le résultat).

b. Calculer $h'(-3)$.



❖ Exercice n°3 :

On considère dans l’espace **E** muni d’un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points A(3 , -3 , 0) ; B(-3 , -3 , 8) et le plan P d’équation $x+2y-2z+5=0$ et l’ensemble

S = { M(x,y,z) $\in$ **E** tel que $x^2+y^2+z^2+6y-8z=0$ } .

1°)- Montrer que S est une sphère de centre I(0 , -3 , 4) et de rayon R = 5

2°)- a / Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par I et Perpendiculaire à P

b / Déterminer les coordonnées du point H intersection de P avec Δ .

3°)- Montrer que P coupe S selon un cercle dont on précisera le centre et le rayon

4°)- Soit le plan Q : $-3x+4z+9=0$. Montrer que Q est tangent à S en A

5°)- a / Vérifier que [AB] est un diamètre de S .

b / En déduire une équation du plan Q’ parallèle à Q et tangent à S

6°)- Soit le point C(0 , -6 , 0)

a / Montrer que le tétraèdre OABC est inscrit dans S

b / Calculer le volume du tétraèdre OABC

❖ **Exercice n°4 :**

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = $\ln\left(1+e^{-x}\right)+\frac{1}{3}x$.

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère o.n ; $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. a. Déterminer la limite de f en +∞.

   b. Montrer que la droite (D) d'équation :y = $\frac{1}{3}x$ est une asymptote à la courbe C_f au voisinage de + ∞ .

   c. Étudier la position relative de (D) et C_f .

2. a. Montrer que pour tout réel x, f(x) = $\ln(e^x+1)-\frac{2}{3}x$.

   b. En déduire la limite de f en - ∞.

   c. Montrer que la droite (D') d'équation : y = $-\frac{2}{3}x$ est une asymptote à la courbe C_f au voisinage de - ∞.

3. On note f' la fonction dérivée da la fonction f.

   a. Montrer que pour tout x réel, f'(x) = $\frac{e^x-2}{3\left(e^x+1\right)}$.

   b. En déduire les variations de la fonction f.

4. a. Montrer que f(ln2) = $\frac{2}{3}\ln(\frac{3}{2})$.

   b. Tracer C_f .