Délégation régionale de Zaghouan lycée cite Ennozha	Devoir de synthèse N 2 Classe 4èmetechnique 3 et 5 Prof : M^{r} : Yahyaoui Durée 3^{h}

<u>Exercice N 1</u>

Pour chacune des questions suivantes, sont proposées trois réponses dont une seule est correcte, on demande de la préciser. Aucune justification n'est demandée.

1. Soit l a fonction définie sur $[0, e^2]$ $par\ f(x) = \sqrt{x(2 - Ln(x)}$ a pour dérivée :
   a/ $f'(x) = \frac{x(2-Ln(x))}{2\sqrt{x(2-Ln(x)}} b/ \quad f'(x) = \frac{1-Ln(x)}{2\sqrt{x(2-Ln(x)}} c/ \quad f'(x) = \frac{1-Ln(x)}{\sqrt{x(2-Ln(x)}}$
2. Soit A, B et C trois points de l'espace orienté non alignés. L'ensemble des points de l'espace tels que ($\overrightarrow{AB}$^$\overrightarrow{AC}$)^$\overrightarrow{AM}$ =0 est :
   a/ le plan (ABC)   b/ la droite passant par A et perpendiculaire à (ABC)   c/ $\{A\}$

<u>Exercice N 2(5 points)</u>

Soit f la fonction définie sur $]0,2[$ $\ par\ \ f(x) = Ln(\frac{x}{2-x})$

1. Montrer que f est dérivable sur $]0,2[$ et que $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$
2. Dresser le tableau de variation de f
3. a/ Montrer que le point I (1,0) est un centre de symétrie pour la courbe (C_f)
   b/ Montrer que le point I(1,0) est un point d'inflexion de la courbe (C_f) puis écrire une équation de la tangente en ce point.
4. a/ Montrer que f réalise une bijection de $]0,2[$ sur IR ; f^{-1} sa fonction réciproque
   b/ Calculer (f^{-1})(x) pour tout réel x
5. Tracer (C_f) , T , ($C_{f^{-1}}$) dans un même repère.

<u>Exercice N 3</u>

A/ Soit g la fonction définie sur IR par g(x) =$2e^x - x - 2$

1. Déterminer la limite de g en-∞ $\ puis\ celle\ en + \infty$
2. Dresser le tableau de variation de g
3. Démontrer que l'équation g(x)=0 admet exactement deux solutions 0 et α er que $\propto \in\ ]-1{,}6, -1{,}5[$
4. Montrer que le signe de g est le suivant :

x	-∞		α		0		+∞
g(x)		+	0	−	0	+	

B/ La fonction f est définie sur IR par f(x)=$e^{2x} - (x + 1)e^x$

1. Vérifier que : $f(x) = \ e^{2x}\ (1 - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x})$ puis en déduire la limite de f en +∞
2. Déterminer la limite de f en -∞
3. Montrer que $f'(x) = e^x(g(x))$ puis dresser le tableau de variation de f

4. Montrer que :$\frac{f(x)}{x} = e^{x}\left(\frac{e^{x}}{x} - \left(\frac{x+1}{x}\right)\right)$ puis calculer $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ et interpréter graphiquement le résultat
5. Montrer que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ puis tracer (C_f)
6. Soit la fonction h définie par $h(x) = xe^{x}$ calculer h'(x) , déterminer alors une primitive F de f telle que F(0) =3

Exercice N 4

L' espace étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$; on considère les points : A(0,0,2) ; B(1,0,0) ; C(0,-1,0) et I(1,1,1)

1. a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan. On notera P= (ABC)
   b) $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AI}$. En déduire que I n'appartientpas au plan P
   c) Calculer le volume du tétraèdre ABCI
   d) Déterminer alors la distance du point I au plan P

2. On désigne par S l'ensemble des points M(x, y , z) de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$

a) Montrer que S est une sphère , préciser son centre ω et son rayon
b) Déterminer une équation cartésienne de P
c) Etudier la position relative de S et P et caractériser leur intersection.

3.Pour tout m on associe le plan P_m : $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$

a) Déterminer m pour que le plan P_m soit tangent à S
b) Soit H le point de contact de P_m et S lorsqu'ils sont tangents ; déterminer les coordonnées de H