

Exercice N°1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ et $C(0,0,2)$.

1) Le vecteur $\overline{OB} \wedge \overline{OC}$ est égal à

a/ \overline{OA} b/ $2\overline{OA}$ c/ $-2\overline{OA}$

2) Le réel $\frac{1}{6}(\overline{AB} \wedge \overline{AO}) \cdot \overline{AC}$ est égal à

a/ 0 b/ $\frac{1}{3}$ c/ 2.

3) La droite (BC) est l'intersection des plans d'équations

a/ $x=1$ et $2y+z-2=0$.

b/ $x=0$ et $y+2z-1=0$.

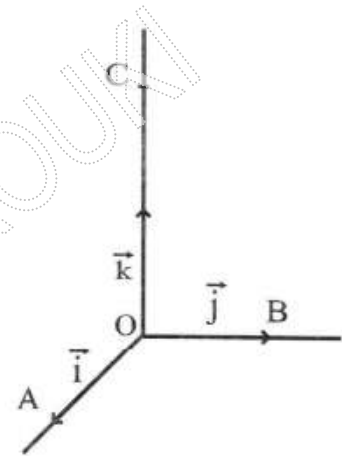
c/ $x=0$ et $2y+z-2=0$.

4) Une équation de la sphère de centre O et tangente au plan (ABC) est

a/ $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

b/ $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

c/ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = \frac{4}{9}$.



Exercice N°2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne les points $A(1,-1,1)$, $B(1,0,0)$, $C(-1,0,1)$ et $D(1,-1,0)$.

-1- a) Calculer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

b) Dédurre que A , B et C déterminent un plan P .

c) Dédurre une équation cartésienne de P .

d) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

-2- Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 + y - z - 1 = 0$

a) Montrer que S est la sphère de centre $I(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ et de rayon $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

b) Montrer que P et S sont sécantes.

c) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC . Montrer que $S \cap P = (C)$

-3- a) Vérifier que S est la sphère circonscrite au tétraèdre $ABCD$.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S au point D .

Exercice N°3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 5}{x}$

- 1- Déterminer ID_f et calculer $f'(x)$
- 2- Dresser le tableau de variation de f
- 3- Calculer $f(1)$ et déduire le signe de f sur $]0; +\infty[$
- 4- Soit $g(x) = \frac{3x^2 + 4x - 10 \ln(x)}{2}$ et ζ_g sa courbe représentative dans un repère orthonormée
 - a- Montrer que g continue et dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $g'(x) = f(x)$
 - b- Déduire le tableau de variation de g
 - c- Donner l'équation de la tangente Δ à ζ_g en $x_0 = 2$ (on donne $\ln(2) \approx 0.7$)
 - d- Tracer ζ_g et Δ

Exercice N°4

Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = x \ln(x)$ si $x > 0$ et $h(0) = 0$

- 1). Montrer que h est continue à droite en 0
- 2). a). Étudier la dérivabilité de h à droite en 0
 - b). interpréter ce résultat graphiquement
- 3). a). Dresser le tableau de variation de h