Lycée secondaire de bouhajla Devoir de synthèse :2		Prof :F.Nizar Date :05/03/1014	
Année scolaire : 2013/2014	Classe : $4^{ème}$ Tech 4	Durée : 3h	Coeff :3

Exercice N° : 1 (3 points)

Indiquer la bonne réponse

1) $\lim_{x\to+\infty} \ln \frac{(1+e^x)}{x} =$

a) 0 b) 1 c) $+\infty$

2) Les deux plans $P: 2x - y + 3z + 1 = 0$ et $Q: 2x + y - z + 3 = 0$ sont :

a) Perpendiculaires b) Parallèles c) Sécantes en $A(1,8,1)$

3) Le domaine de définition de la fonction $f(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$ est :

a) $]0;+\infty[$ b) $]1;+\infty[$ c) $]e;+\infty[$

Exercice N° :2 (5 points)

I/Soit g la fonction définie sur]0 ;+∞[par $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$

1. *Dresser le tableau de variation de g*
2. *En déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout x]0 ;+∞[*

II/Soit f la fonction définie sur]0 ;+∞[par $f(x) = x+2 + \frac{\ln x}{x}$

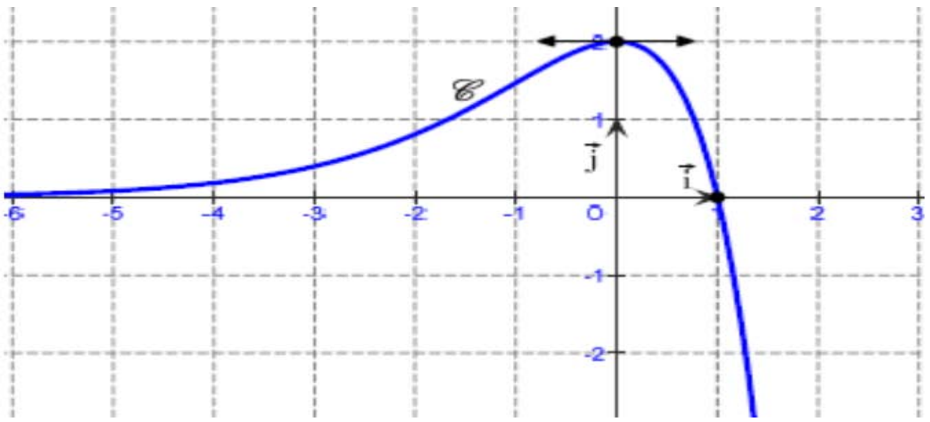
1. *a)Montrer que f est dérivable sur]0 ;+∞[et que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$*
   b) Dresser le tableau de variation de f
2. *Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$*
   a)Montrer que Δ : $y = x+2$ est une asymptote à (C)
   b) Etudier la position de (C) et Δ
3. *a)Montrer que f réalise une bijection de]0 ;+∞[sur IR*
   b)Calculer f(1). En déduire $(f^{-1})'(3)$
4. *Soit (C') la courbe représentative de f^{-1} dans $(O,\vec{i},\vec{j})$*
   a)Préciser les asymptotes de (C')
   b)Tracer (C) et (C')

Exercice N° : 3 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

La courbe (C_f) représente une fonction définie dérivable sur IR.

- ✓ ***L'axe des abscisses est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.***
- ✓ ***(C_f) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.***



1) Par lecture graphique :

a) Déterminer f(0) ;f(1) et f '(0).

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) On admet que $f(x)=(ax+b)e^{cx}$; a,b et c des réels.

a) Exprimer f '(x) en fonction de a,b et c.

b) Déterminer a,b et c.

Exercice N° : 4 (4 points)

f désigne une fonction dérivable sur IR et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

- *(C) admet une branche infinie parabolique de direction $(o,\vec{i})$*
- *Le tableau de variation de f est le suivant*

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	-1	↘	-3	↗	1	↗	$+\infty$

I/

1. *Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α unique dans $]0\ ;3[$*
2. *Donner suivant les valeurs de x , le signe de f(x)*
3. *Ecrire l'équation de la tangente T à (C)au point d'abscisse 3*
4. *Tracer (C) (on prendra $\alpha = 2$)*

II/ Soit F la fonction définie par F(x) = ln(f(x))

1. *Déterminer le domaine de définition de F*
2. *Déterminer* $\lim_{x\to\alpha^+} F(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} F(x)$
3. *Montrer que* $(\mathcal{C}_F)$ *admet une branche infinie de direction* $(o,\vec{\imath})$
4. *Dresser le tableau de variation de F*
5. *Montrer que le point I(3,0) est un point d'inflexion pour* $(\mathcal{C}_F)$
6. *Déterminer la primitive sur [3 ;+∞[qui s'annule en 3 de la fonction g définie par :* $g(x) = \frac{f(x)+f'(x)}{f(x)}$

Exercice N° : 5 **(4 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J},\vec{K})$

On considère les ponts A(-2,0,1),B(1,2,-1) et C(-2,2,2).

1)a)Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ puis les longueurs AB et AC.

b) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés .

2) Montrer qu'une équation du plan (ABC) est :$2x - y + 2z + 2 = 0$.

3) Soient P_1 et P_2 les plans d'équations respectives $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$.

Montrer que les plans $P_1 et P_2$ sont sécants selon une droite D dont un système d'équations paramétriques est $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \alpha \end{cases}$

4) Démontrer que la droite la droite D et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.