LYCEE ASSAD IBEN AL FOURAT OUED ELLIL

BAC BLANC 2011

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES **DUREE :** 3 h **COEFFICIENT :** 3

Sujet proposé par : M. **BERREZIG**

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Le volume du solide de révolution obtenu par rotation autour de l'axe des abscisses du courbe de la fonction définie sur $[1\ ,\ e]$ par $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ est égale à :

a) $\pi\left(1-\sqrt{e}\right)$ **b)** π **c)** 1

2) La suite $\displaystyle\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x}dx$ est égale à

a) $\dfrac{1}{3}$ **b)** $-\dfrac{1}{3}$ **c)** $\dfrac{1-e}{3}$

3) $\lim\limits_{x\to0^+} x^{\frac{1}{3}}$ est égale à

a) $+\infty$ **b)** 0 **c)** $-\infty$

4) La valeur moyenne de la fonction $f : x \mapsto e^x$ sur $[0\ ,\ 2]$ est égale à :

a) e^2-1 **b)** $\dfrac{e^2-1}{2}$ **c)** $\dfrac{1-e^2}{2}$

Exercice 2 : (6 points)

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=1+x+e^x$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		$+\infty$
g'(x)		+	
g(x)	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Indiquer en justifiant si les propositions sont vraies ou fausses.

a) g admet une fonction réciproque définie sur IR.

b) g admet une fonction réciproque strictement croissante sur IR.

c) g admet une primitive strictement croissante sur IR.

2) a) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α et que $-1{,}3<\alpha<-1{,}2$

b) Déduire le signe de g(x).

3) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=\dfrac{xe^x}{1+e^x}$. On désigne par C la courbe de courbe représentative de f dans un repère orthonormé (unité graphique 3 cm).

a) déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à C

c) Etudier la position de C et Δ.

4) a) Vérifier que $f'(x) = g(x)\dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$

b) dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$

5) tracer Δ et C.

Exercice 3 : (5 points)

Soit une suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1}\ ,\ \forall n \in \mathrm{IN} \end{cases}$

1) a) Montrer que, pour tout $n \in$ IN, $1 < u_n < 2$.

b) Monter (u_n) est croissante.

c) en déduire (u_n) est convergente vers une limite ℓ que l'on déterminera.

2) Soit (v_n) la suite définie sur IN par $v_n = \ln(u_n - 1)$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Retrouver alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 4 : (5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère les plans P et Q d'équations:

P : 2 x – y + z + 2 = 0 et Q : x – y + 2 z + 1 = 0.

1) a) Montrer que les plans P et Q sont sécants selon une droite D.

b) Montrer que D passe par le point $A(-1\ ,\ 0\ ,\ 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = \vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k}$.

2) a) Vérifier que le point I (1 , 0 , 2) est équidistant à P et à Q.

b) Déterminer l'équation cartésienne de la sphère S de centre I et tangente aux plans P et Q.

c) Déterminer la position de S et D.

3) R est le plan passant par I et contenant la droite D.

a) Déterminer une équation cartésienne de R.

b) Déterminer le centre et le rayon du cercle d'intersection de S et de R.