

REPUBLICQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2021	Sujet N° 01	
	Epreuve : Mathématiques	Section : Sciences Techniques
	Durée : 3 h	coefficient du l'épreuve: 3

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

- Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{6}$ alors un argument de $(i\bar{z})$ est :
 - $-\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{3}$
- L'ensemble des points d'affixe $z = e^{i\theta} - e^{i\theta}$ est :
 - un segment de droite
 - un cercle
 - un demi cercle
- Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} telle que $f'(-2) = -3$ et $g(x) = f(-x^2)$ Alors :
 - $g'(\sqrt{2}) = -3$
 - $g'(\sqrt{2}) = -6\sqrt{2}$
 - $g'(\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$

EXERCICE 2 (6 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) (voir annexe)

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$, $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ et $z_C = 2$. Soit \mathcal{C} le cercle de centre C et de rayon 2.

- Vérifier que $B \in \mathcal{C}$.
 - Placer les points A et C. Construire alors le point B.
- Écrire z_A sous forme exponentielle.
 - Écrire $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique.
 - Montrer que : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$.
 - En déduire la forme exponentielle de z_B .
 - Déterminer alors la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
- Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que : $|z| = |\bar{z} - 1 - i|$.
- A tout point M d'affixe $z \neq 2$, on associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = -3i\left(\frac{z-1+i}{z-2}\right)$.
 - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que z' soit réel.
 - Montrer pour tout M distinct de C, $OM' = 3\frac{AM}{OM}$.
 - En déduire que lorsque M décrit la médiatrice de [AC], le point M' décrit un cercle que l'on déterminera.

EXERCICE 3 (5 points)

Sur la figure de l'annexe, est tracée la courbe représentative notée \mathcal{C}_f d'une fonction f dérivable et strictement décroissante sur $]0, +\infty[$.

✓ La courbe \mathcal{C}_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1.

✓ La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point $B\left(2, \frac{3}{2}\right)$ passe par le point $D(4, 0)$.

Par lectures graphiques

1. **a)** Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 2}{x}$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
b) la fonction f admet-elle des points d'inflexions ? Justifier.
2. **a)** Justifier que la fonction f est une bijection de $]0, +\infty[$ [sur un intervalle J que l'on précisera].
b) On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f définie sur J . Déterminer $f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ et $f^{-1}(2)$.
c) Vérifier que f^{-1} est dérivable en $\frac{3}{2}$ et déterminer $(f^{-1})'\left(\frac{3}{2}\right)$
d) Déterminer sur quel ensemble f^{-1} est dérivable.
3. Construire dans le même repère la courbe représentative de la fonction f^{-1} .
4. Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x}$ et h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = (g \circ f)(x)$.
a) Vérifier que h est dérivable en 1 et déterminer $h'(1)$.
b) Déterminer le sens de variation de h sur $]0, +\infty[$.

EXERCICE 4 (5 points)

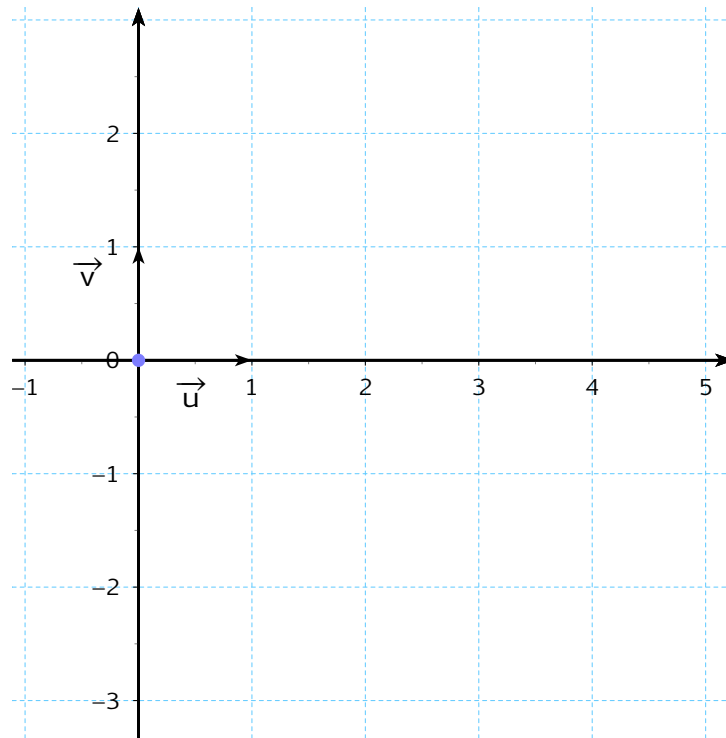
Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. **a)** Montrer que f est continue en 0.
b) Montrer que f est dérivable en 0 et que : $f'(0) = \frac{1}{2}$.
2. Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
3. **a)** Montrer que f est strictement croissante sur \mathbb{R} puis dresser son tableau de variation.
b) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur $] -1; 1[$.
4. **a)** Montrer que f^{-1} est dérivable en 0 et calculer $(f^{-1})'(0)$.
b) Montrer que f^{-1} est dérivable sur $] -1; 1[$.
c) Expliciter f^{-1} pour tout $x \in] -1; 1[$.

Annexe à rendre avec la copie

Nom : Prénom : N° :

Exercice 01 :



Exercice 03 :

