SERIE N° 1

EXERCICE N°1 :

Soit m un nombre complexe de module 2 et a et $b \in \mathbb{C}$ tel que :

$$a = 1 + i + m \qquad \text{et} \qquad b = 1 - i + m.$$

1°) Déterminer m pour que a et b soient conjugués.
2°) Déterminer m pour que a et b soient de même module.
3°) Déterminer m pour que $a + ib = 0$.

EXERCICE N°2 :

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = i^{1245} \quad ; \quad z_2 = \left(3 - \sqrt{2}i\right)^2 \quad ; \quad z_3 = \frac{1+i}{\sqrt{3}i} \quad ; \quad z_4 = \frac{(1-2i)^2 - (1-i)^3}{(1+3i)^3 + (1+i)^2}.$$

$$z_5 = (2+3i)(4-i) \quad ; \quad z_6 = \frac{1}{7-4i} \quad ; \quad z_7 = \frac{1+i}{1-i} \quad ; \quad z_8 = \frac{1}{1-i} + \frac{1}{1+i} + \frac{i}{2}.$$

EXERCICE N°3:

Soit $(\vec{O}, \vec{U}, \vec{V})$ un repère orthonormé du plan complexe P .
Déterminer et construire E l'ensemble des points M d'affixe z dans chaque cas :

a) $\left|\dfrac{z-2-i}{2i-z}\right| = 2$; b) $\left|\dfrac{3iz-12}{z+i+1}\right| = 3$; c) $\dfrac{z+1-i}{z+1-3i}$ est imaginaire pure .

EXERCICE N°4:

Pour tout nombre complexe z, on pose $z' = (3+i)\bar{z} + 2 - 6i$.

a - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que z' est Réel .
b - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que z' a pour module 1 .
c - Trouver les nombres complexes z tel que $z' = i(2-3i)$.

EXERCICE N°5 :

Le plan complexe P est muni d'un repère Orthonormé directe $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

Soient les nombres complexes : $z_1 = (1-i)(1+2i)$, $z_2 = \dfrac{2+6i}{3-i}$ et $z_3 = \dfrac{4i}{i-1}$

ou $M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$ et $M_3(z_3)$.

1°) a- Ecrire z_1 , z_2 et z_3 sous la forme cartésienne.
b- Placer les points M_1 , M_2 et M_3 sur le plan P.

2°) a- Ecrire $\dfrac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$ sous la forme algébrique.
b- En déduire que le triangle $M_1M_2M_3$ est rectangle isocèle en M_1.

3°) Calculer l'affixe z_4 du point M_4 pour que $M_1M_2M_4M_3$ soit un carré.

4°) Déterminer l'ensemble des points $M(z) \in P$ / $\left|\frac{z - z_1}{z + i}\right| = 1$.

EXERCICE N°6 :

Le plan complexe P est muni d'un repère Orthonormé directe $\left(O\,,\vec{u}\,,\vec{v}\right)$.

Soients les points $A(1)$, $B\left(\frac{-1+i}{2}\right)$ et $C\left(-\frac{1+i}{2}\right)$.

1°) Placer les points A , B et C sur le plan P et montrer que O est le centre de gravité du triangle ABC.

2°) a- Déterminer l'affixe du point $G_1 = Barycentre\{(A,2),(B,3)\}$.

b- En déduire l'affixe du point $G_2 = Barycentre\{(G_1\,,5),(C\,,-4)\}$.

3°) a- Déterminer l'affixe du point $D = S_{(BC)}(A)$.

b- Déterminer l'affixe du point E / $ABCD$ soit un parallélogramme .

EXERCICE N°7:

Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes non nuls.

1°) En pose $z_1 = x_1 + i\,y_1$ et $z_2 = x_2 + i\,y_2$.

Montrer que $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2}$ est imaginaire pur.

2°) a- Montrer que $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 = 0$.

b- Montrer que $\frac{z_1}{z_2}$ est imaginaire pur $\Leftrightarrow z_1\bar{z}_2 + z_2\bar{z}_1 = 0$.

EXERCICE N°8:

Soit le nombre complexe $z \in C - \{-1\}$; $z' = \frac{-iz - 2}{z + 1}$ et

$f : M(z) \mapsto M'(Z')$.

On donne les points $A(a = -1)$, $B(b = 2i)$ et $C(c = -i)$.

1°) Soit $f(c) = c'$ déterminer $z_{C'}$ affixe du point C sous la forme algébrique.

2°) Déterminer z_D affixe du point D qui a pour image le point D' / $z_{D'} = \frac{1}{2}$.

3°) Soit $w = \frac{z - 2i}{z + 1}$.

a- Montrer que $z' = -i\,w$.

b- Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ / w est imaginaire pur.

En déduire l'ensemble des points $M(z)$ / z' est réel.

c- Déterminer l'ensemble des points $M(z) \in P$ / $|w| = 1$

En déduire l'ensemble des points $M(z)$ / $|z'| = 1$.

BON TRAVAIL