SERIE N° 3

EXERCICE N°1 :

On considère dans C l'équation $(E): z^2-(3-i)z+4=0$.

1°) a- Résoudre dans C l'équation (E) . On note z_1 la solution / $\mathrm{Im}(z_1)>0$

b- Mettre z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

2°) Soit dans C l'équation $(E'): 3z^3+(-9+i)z^2+(14+6i)z-8i=0.$

a- Vérifier que $z_0=\frac{2}{3}i$ est une solution de (E').

b- Déterminer les nombres complexes a , b et c tel que $\forall\, x\in C$ on a :

$$3z^3+(-9+i)z^2+(14+6i)z-8i=(z-z_0)(az^2+bz+c).$$

c- Résoudre alors l'équation (E').

3°) Le plan est rapporté à un R.O.N direct, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $z_A=1+i$, $z_B=2-2i$ et $z_C=\frac{2}{3}i$.

a- Calculer $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ et montrer que $(\overrightarrow{AC}\ ,\overrightarrow{AB})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

b- En déduire la nature du triangle ABC.

c- Ecrire une équation cartésienne du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

EXERCICE N°2 :

Pour tout nombre complexe non nul z, On pose $w=z+\frac{4}{z}$.

1°) Soit θ un réel donné.

a- Résoudre dans C l'équation : $z+\frac{4}{z}=4\cos\theta$.

b- Ecrire les solutions trouvées sous forme exponentielle.

Dans tout la suite le plan complexe est rapporté à un R.O.N direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2°) Atout nombre complexe z on associe le point M d'affixe z.
Déterminer et construire l'ensemble E des points M tels que le nombre complexe w est un réel.

3°) Soient A, B et C les points d'affixe respectives $2e^{i\theta}$; $4\cos\theta$ et $2e^{-i\theta}$ où θ est un réel de l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

a- Placer, pour $\theta=\frac{\pi}{6}$. Les points A, B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

b- Vérifier que pour tout valeur de θ dans $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ les points A, B et C appartiennent à l'ensemble E.

c- Montrer que pour tout valeur de θ dans $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ le quadrilatère OABC est un losange.

d- Pour quelle valeur de θ ce quadrilatère est-il un carré ?

BON TRAVAIL