# SERIE n°06

## EXERCICE N°1:

Calculer les intégrales suivantes :

1°) $\int_0^1 \frac{1}{3}x^3+2x-5\,dx$. 2°) $\int_0^1 t(t^2+1)^3 dt$. 3°) $\int_2^3 \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$. 4°) $\int_1^e \frac{\log^2 x}{x}\,dx$.

5°) $\int_{\log 2}^{\log 3} 2\,t\,dx$. 6°) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x\,dx$. 7°) $\int_0^1 \frac{t}{(1+t^2)^2}\,dt$. 8°) $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$.

9°) $\int_{-1}^5 |t-2|+|t-4|\,dt$ 10°) $\int_0^3 |2t-1|\,dt$ 11°) $\int_{-3}^0 |t^2-t-2|\,dt$ 12°) $\int_1^e \frac{\log t}{t}\,dt$.

## EXERCICE N°2:

Soient les intégrales suivantes :

$I=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$ ; $J=\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}\,dx$ ; $K=\int_0^1 \sqrt{x^2+2}\,dx$.

1°) Soit la fonction $f$ définie sur $[0\,,\,1]$ par $f(x)=\log\left(x+\sqrt{x^2+2}\right)$.

a- Calculer la dérivée de $f$.

b- Calculer la valeur de $I$.

2°) a- Vérifier que $J+2I=K$.

b- Monter que $K=\sqrt{3}-J$

c- En déduire les valeurs de $J$ et de $K$.

## EXERCICE N°3:

Calculer les intégrales suivantes par la méthode d'intégration par parties :

1°) $\int_0^\pi x\sin x\,dx$. 2°) $\int_0^1 x\sqrt{1+x}\,dx$. 3°) $\int_1^e x\log x\,dx$. 4°) $\int_1^e \log x\,dx$.

5°) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin x\,dx$ 6°) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+2}}\,dx$ 7°) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\,dx$ 8°) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos x\,dx$

## EXERCICE N°4:

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{e^x(1-x)}$.

1°) Etudier les variations de $f$.

2°) En déduire que pour $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ on a : $1\le f(x)\le \frac{2}{\sqrt{e}}$.

3°) a- Vérifier que $\forall\ x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ on a : $1+x+\frac{x^2}{1-x}=\frac{1}{1-x}$.

b- Montrer que $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{e^x}\,dx+\int_0^{\frac{1}{2}} x^2 f(x)\,dx=\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{e^x(1-x)}$.

c- Calculer : $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{e^x}\,dx$.

d- Montrer que $\frac{1}{24}\le\int_0^{\frac{1}{2}} x^2 f(x)\,dx\le\frac{1}{12\sqrt{e}}$.

BON TRAVAIL