SERIE N° 10

EXERCICE N°1 :

Calculer les primitive des fonctions suivantes sur l'intervalle précisé :

1°) $f_1(x) = \frac{2}{3}x^6 - 3x^4 + x - 1$; I = $\Re$

2°) $f_2(x) = 5 - \frac{3}{x^2}$; I = $]0,+\infty[$

3°) $f_3(x) = (3-2x)^{10}$; I = $\Re$

4°) $f_4(x) = \frac{15}{(1+x)^{16}}$; I = $]-1,+\infty[$

5°) $f_5(x) = \frac{2x^3-5x^2+2}{x^2}$; I = $]0,+\infty[$.

6°) $f_6(x) = \frac{2x+3}{(x^2+3x+1)^2}$; I = $\left]-\infty,\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right[$

7°) $f_7(x) = \frac{2x\cos x + x^2\sin x}{\cos^2 x}$; I = $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

8°) $f_8(x) = \frac{\cos x}{1-\cos^2 x}$; I = $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

9°) $f_9(x) = \frac{x}{(2x^2-2)^3}$; I = $]-\infty,-1[$.

10°) $f_{10}(x) = \frac{2x}{3\sqrt{x^2+1}}$; I = $[0,1]$.

11°) $f_{11}(x) = \frac{\log x}{x}$; I = $]0,+\infty[$.

12°) $f_{12}(x) = \frac{1}{x\log x}$; I = $]0,+\infty[$.

EXERCICE N°2 :

Soit $f : x \mapsto \frac{x^3-3x^2+7}{(x-2)^2}$ définie sur I = $[3,+\infty[$.

1°) Ecrire $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$.

2°) Calculer les primitives de f sur I.

3°) En déduire la primitive F de f sachant que $F(3) = \frac{11}{2}$.

EXERCICE N°3 :

1°) Déterminer les primitive de $\frac{1}{1+\cos 2x}$ sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$.

2°) Déterminer une primitive de $f(x) = x^3(x^4-1)$ tel que $x_0 = 0$ et $y_0 = -1$.

3°) Déterminer a , b et c de façon que : $F(x) = (ax^2+bx+c)\sqrt{3-2x}$ soit une primitive de la fonction $f(x) = x\sqrt{3-2x}$.

EXERCICE N°4 :

Soient la fonction définie sur $\Re$ par $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1+4x^2}}$ et F la primitive de f sur $\Re$ qui s'annule en 0.

1°) Montrer que $\forall\ x \in \Re_+$, $F(x) \geq \log(1+2x)$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$.

2°) Montrer que F est impaire . En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x)$.

3°) Soit la fonction G définie par $G(x) = \log\left(2x+\sqrt{1+4x^2}\right)$.

a- Montrer que G est définie sur $\Re$ et que $G(x) = F(x)$.

b- Retrouver les résultats de la deuxième question .

c- Etudier les variations de F .

BON TRAVAIL