SERIE N° 13

EXERCICE N°1 :

Résoudre dans $\Re$ les équations et les inéquations suivantes :

1°) $e^{x^2+1} = e^{2x}$. 2°) $e^{x^2-x+1} = 1$. 3°) $e^{2x-1} = -e^{-x+1}$. 4°) $\dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = 2$.

5°) $e^x - 3 = 4\,e^{-x}$. 6°) $e^x > 3$. 7°) $e^{2-x} > 3$. 8°) $e^{-x^2+3} > e^{2x}$

EXERCICE N°2 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

1°) $f(x) = e^{-x}$. 2°) $f(x) = e^{4x-1}$. 3°) $f(x) = e^{-x^2+1}$ 4)° $f(x) = \dfrac{x}{e^x + 1}$.

5°) $f(x) = x^2\,e^{3x-1}$. 6°) $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$. 7°) $f(x) = \dfrac{1-x^2}{x}\,e^{1-x} + e^{x^2}$.

EXERCICE N°3 :

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1°) $f(x) = e^{-x}$ sur $\Re$. 2°) $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$ sur $\Re$. 3°) $f(x) = \cos x\, e^{\sin x}$ sur $\Re$.

4°) $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{x}-1}}{x^2}$ sur $]0,+\infty[$. 5°) $f(x) = \dfrac{x e^{x^2}}{1-e^{x^2}}$ sur $]0,+\infty[$.

EXERCICE N°4 :

Calculer les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^x + \log 3x$. 2°) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$. 3°) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-e^x}{x\,e^x}$. 4°) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{e^x - 1}$.

5°) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\log x}{e^x}$. 6°) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x\log\left(1+\frac{1}{x}\right)}$. 7°) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} - 3e^x + 2$.

EXERCICE N°5 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

1°) Etudier les variations de f ?

2°) a- Montrer que f est impaire ?

b- Déterminer une équation cartésienne de la tangente au point O .

c- Tracer ξ_f dans un repère Orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3°) Montrer que f est une bijection de $\Re$ sur un intervalle J à préciser.

4°) Déterminer pour chaque $x \in J$ l'expression de $f^{-1}(x)$.

5°) a) Déterminer les primitives de f .

b) Déterminer la primitive de F de f qui s'annule en 0.

EXERCICE N°6 :

Soit la fonction f définie sur $\Re$ par : $f(x) = x + e^{3x-3}$.

On désigne par ξ sa courbe représentative dans un R.O $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) Dresser le tableau de variation de f .

2°) Montrer que la droite Δ d'équation : $y = x$ est une asymptote à ξ .

3°) Etudier la position relative de ξ par rapport à Δ .

4°)

- a- Montrer que f réalise une bijection sur $\Re$.
- b- Montrer que la fonction réciproque f^{-1}de f est dérivable sur $\Re$.
- c- Calculer $f(1)$ et $\left(f^{-1}\right)'(2)$.

5°) Déterminer la primitive F de f qui s'annule en 1.

EXERCICE N°7 :

I)-Soit la fonction g définie sur $[0\ ,\ +\infty[$ par : $g(x) = e^{x} - x - 2$

1°) Dresser le tableau de variation de g ?

2°) a- En déduire qu'il existe un seul réel α tel que $g(\alpha) = 0$ et que :$1 < \alpha < \dfrac{3}{2}$.

b- Déterminer suivant les valeurs de x le signe de $g(x)$.

II)- Soit la fonction f définie sur $[0\ ,\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{e^{x} - 1}{x\,e^{x} + 1}$.

Et soit ξ_f sa courbe représentative dans un repère Orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1°) a- Calculer $f'(x)$ et vérifier que $\forall\ x > 0$, $f'(x) = -\dfrac{e^{x}}{\left(1 + x\ e^{x}\right)^{2}}g(x)$.

b- Vérifier que $f(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$, en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c- Dresser le tableau de variation de f .

2°) a- Préciser une équation de la demi- tangente (T)à la courbe ξ_f au point O .

b- Tracer (T) et ξ_f dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. $(\alpha \approx 1.1)$

BON TRAVAIL