4°sc. T E C H.
S M A A L I.

Liste n° : 19

EXERCICE N°1.

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \sin(U_n)$

1) Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n \in [0,1]$.
2) Démontrer que la suite (U_n) est strictement décroissante.
3) Déduire que la suite est convergente.

EXERCICE N°2.

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \sqrt{U_n + 12}$

1) Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : £0£U_n£U_{n+1}£4£
2) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

EXERCICE N°3.

Soit α un nombre réel tel que : $-1 < \alpha < 0$.

On considère la suite (U_n) définie par :

$U_0 = \alpha$, et pour tout entier naturel $U_{n+1} = U_n^2 + U_n$

1) Soit h la fonction définie sur par : $h(x) = x^2 + x$.
   a) Etudier le sens de variation de la fonction h.
   b) Montrer que pour tout $x \in]-1;0[$ on a aussi $h(x) \in]-1;0[$.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n on a : $-1 < U_n < 0$.
2) Etudier les variations de la suite (U_n).
3) Montrer que la suite (U_n) est convergente.