



EXERCICE N°1.

Soit la fonction f définie sur $]2, 3]$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$.

- 1) Montrer que f établit une bijection de $]2, 3]$ dans un intervalle J que l'on précisera.
- 2) Soit f^{-1} la fonction réciproque de f . Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .
- 3) Déterminer l'ensemble J' de dérivabilité de f^{-1} . et Calculer $(f^{-1})'(x)$ de deux méthodes.

EXERCICE N°2.

Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + x$.

- 1) a) Montrer que f est dérivable sur $]1, +\infty[$ et calculer $f'(x)$.
b) Étudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter géométriquement ce résultat.
c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ dans un intervalle J à préciser.
- 3) Montrer que pour tout x de J on a : $f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$.
- 4) a) Montrer que la $D : y = 2x$ est une asymptote à (Cf) au voisinage de $+\infty$.
b) Tracer (Cf) et (Cf^{-1}) dans le même repère.
- 5) Soit g la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$: $g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$.
a) Montrer que pour tout x de $[0, \frac{\pi}{2}[$ on a : $g(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$.
b) Montrer que g réalise une bijection de $[0, \frac{\pi}{2}[$ sur un intervalle K à préciser.
c) Montrer que g^{-1} est dérivable sur K et que pour tout t de K on a : $(g^{-1})'(t) = \frac{2}{1+t^2}$.

EXERCICE N°3.

On considère la fonction g définie sur $I =]0, \frac{\pi}{2}]$ par : $g(x) = \frac{1}{\sin x}$.

- 1) Étudier les variations de g et construire sa courbe dans un repère orthonormé.
- 2) Montrer que g établit une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera.
- 3) Sur quel intervalle J' la fonction g^{-1} est elle dérivable ?
- 4) Montrer que pour tout x de J' , on a : $(g^{-1})'(x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$