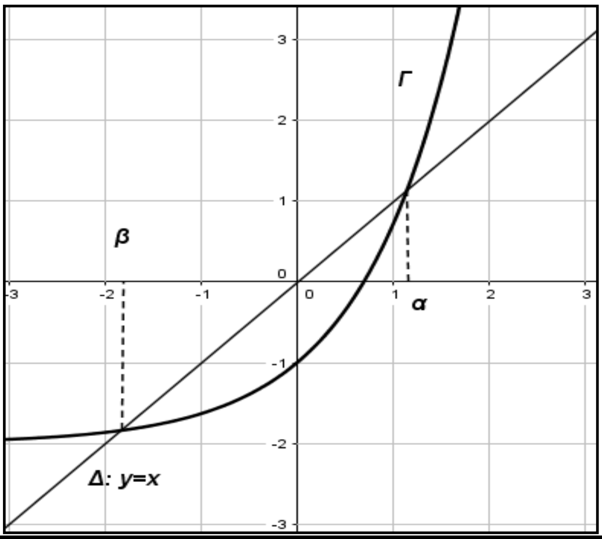
## EXERCICE N°1.

On a tracé, la courbe $\Gamma$ représentative d'une fonction $f$ continue sur $\mathbb{R}$, ainsi que la droite $\Delta$ d'équation $y = x$ dans un repère orthonormé. $\Delta$ coupe $\Gamma$ en deux points d'abscisses $\alpha$ et $\beta$.




On considère la suite $U$ définie par :

$U_0 = 0$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) placer les trois premiers termes sur l'axe $(ox)$.

b) conjecturer un encadrement de $U_n$

c) conjecturer la monotonie de la suite $U$

d) En déduire que $U$ est convergente

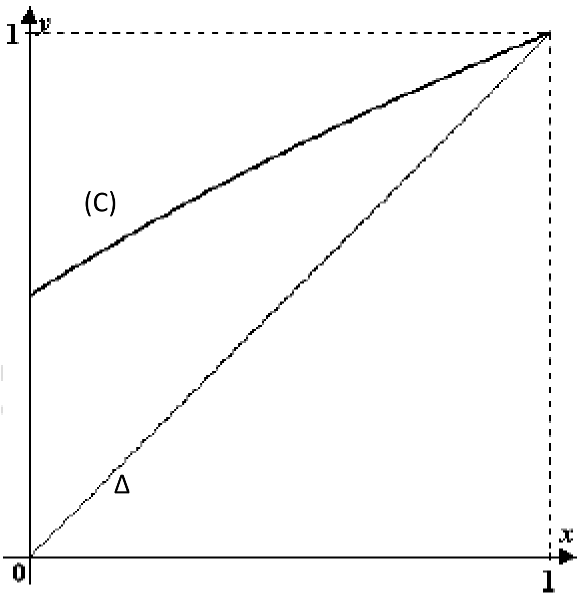
Et conjecturer graphiquement sa limite.

## EXERCICE N°2.

On définit la suite $(u_n)$ par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{u_n + 4}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Soit la fonction $f$ définie sur $[0; 1]$ par : $f(x) = \dfrac{3x+2}{x+4}$.

On donne $(C)$ la Courbe représentative de $f$, et $(\Delta)$ la droite d'équation $y = x$.




1) a) Construire sur le repère ci-joint les points de $(Ox)$ d'abscisses $u_0$, $u_1$, $u_2$ et $u_3$.

b) donner une conjecture sur la monotonie et la convergence de la suite $u_n$.

2) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \le un \le 1$.

b) Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de $u_n$, en déduire la monotonie de (un).

c) déduire que $u_n$ est convergente et donner sa limite.

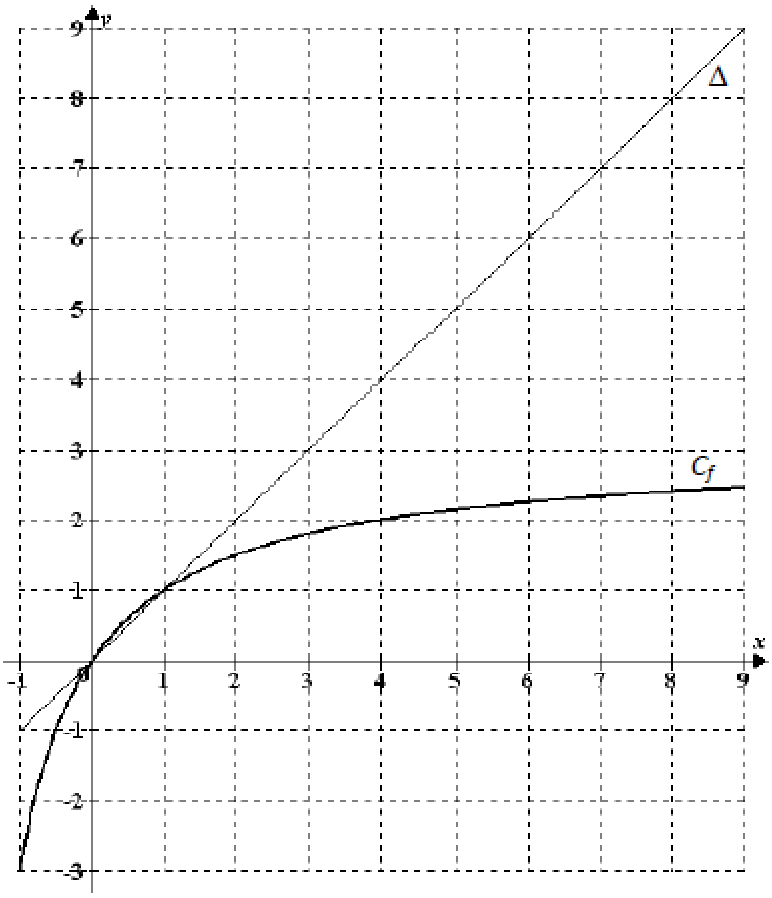
3) On définit la suite (vn) pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

a) Démontrer que (vn) est une suite géométrique que l'on caractérisera.

b) En déduire l'expression de vn en fonction de n ainsi que la limite de (vn) .

c) Exprimer $u_n$ en fonction de $v_n$ et en déduire l'expression de un en fonction de n ainsi que la limite de (un) quand n tend vers $+\infty$.

## EXERCICE N°3.




On définit la suite (un) par :

$$\begin{cases} u_0 = 8 \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad n \in IN \end{cases}$$

Où f est la fonction définie sur $IR \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = 3 - \frac{6}{x+2}$.

le graphique ci-joint représente la courbe de f est la droite $\Delta$ : $y=x$.

1) a) Construire les points de (Ox) d'abscisses u0, u1, u2 et u3.

b) donner une conjecture sur la monotonie et la convergence de la suite $u_n$.

2) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $1 \le un \le 8$.

b) Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de $u_n$, en déduire la monotonie de (un).

c) déduire que $u_n$ est convergente et donner sa limite.

3) On définit la suite (vn) pour tout entier naturel n par : $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$

a) Démontrer que (vn) est une suite géométrique que l'on caractérisera.

b) En déduire l'expression de vn en fonction de n ainsi que la limite de (vn) .

c) Exprimer $u_n$ en fonction de $v_n$ et en déduire l'expression de un en fonction de n ainsi que la limite de (un) quand n tend vers $+\infty$.