4°sc. TECH
SMAALI.

liste n° : 6 .

EXERCICE N°1.

I/ Soient les points A, B et C d'affixes respectifs : $-1-i$, $2+i$ et $-3+2i$

1) Ecrire sous forme algébrique : $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.

2) En déduire la nature du triangle ABC.

II/ Soient les points A, B et C d'affixes respectifs : $-2i$, $\sqrt{3}-i$ et $\sqrt{3}+i$

1) Ecrire les affixes de A, B et C sous formes exponentielles.

2) Montrer que : OACB est un losange.

3) a- Montrer que $\dfrac{z_C}{z_B} = e^{i\frac{\pi}{3}}$, en déduire une mesure de $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$.

b- Quelle est alors la nature du triangle OBC ?

EXERCICE N°2.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $1+i$, $\sqrt{3}-i$, $(1+\sqrt{3})+i(\sqrt{3}-1)$ et $1+i\sqrt{3}$.

1/ Ecrire z_A , z_B et z_D sous forme exponentielle.

2/ a- Vérifier que $z_A \times z_C = 2z_D$, déduire la forme exponentielle de z_C .

b- Déterminer alors les valeurs exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

3/ a- Montrer que le triangle OBD est rectangle isocèle en O.

b- Montrer que le quadrilatère OBCD est un carré.

EXERCICE N°3.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par (ζ) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a=\sqrt{3}+i$

1/ Donner la forme exponentielle de a puis construire le point A.

2/ Soit B le point d'affixe $b = \dfrac{a-1}{1-\bar{a}}$.

a- Vérifier que $b\bar{b}=1$. En déduire que le point B appartient au cercle (ζ).

b- Montrer que $\dfrac{b-1}{a-1}$ est un réel.

En déduire que les points A, B et I sont alignés.

c- Construire le point B dans le repère $(o,\vec{u},\vec{v})$.

3/ Soit θ un argument du nombre complexe b.

Montrer que : $\cos\theta = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \dfrac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$

EXERCICE N°4.

On considère dans l'ensemble des nombres complexes $a = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$ et $b = \sqrt{3} - i$

1) a) Ecrire a et b sous forme exponentielle.

b) Placer dans un plan rapporté à un repère orthonormé les points A(a), B(b) et C (a+b)

2) mettre a.b sous forme algébrique et forme trigonométrique, puis déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) a) Mettre sous forme exponentielle $\dfrac{a}{b}$ puis $1+\dfrac{a}{b}$.

b) En déduire la forme exponentielle de a+b.