EXERCICE N°1.

On considère la suite numérique (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \sqrt{2+U_n} \end{cases}$ $,\forall n \in \mathbb{N}$

1) Montrer par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}$, on a : $0 \leq U_n \leq 2$
2) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

EXERCICE N°2.

On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2U_n} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1) a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_n \geq 1$.
   b) Montrer que la suite U est décroissante.
2) On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = 1 - \frac{1}{2U_n - 1}$
   a) Montrer que V est une suite géométrique.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

EXERCICE N°3.

On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3}{\sqrt{6-U_n^2}} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3) a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $0 \leq U_n < \sqrt{3}$.
   b) Montrer que la suite U est croissante.
4) On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = \frac{3}{3-U_n^2} - 1$
   a) Montrer que V est une suite arithmétique.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.