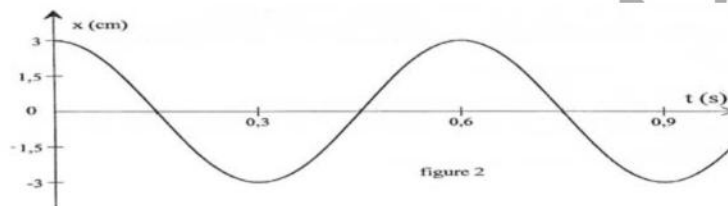
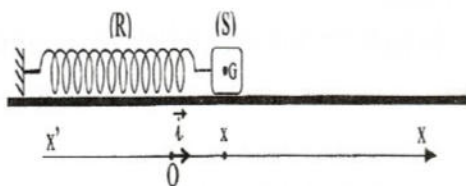


Exercice

Un solide (S), supposé ponctuel, de masse $m = 225\text{g}$ est attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R), l'autre extrémité est maintenue fixe. Ce ressort est à spires non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $k = 25\text{ N.m}^{-1}$. Le mouvement de (S) s'effectue sans frottements sur un plan horizontal.

La position du centre d'inertie G de (S) est repérée, au cours du temps, par son abscisse $x(t)$ dans un repère (O, \vec{i}) ; O est la position d'équilibre de G et \vec{i} est le vecteur unitaire porté par l'axe $x'x$ comme l'indique la figure 1.



On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance d et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

Un dispositif expérimental, permet d'enregistrer l'évolution temporelle de l'abscisse $x(t)$ de G. On obtient la courbe de la figure 2.

1) Déterminer, à partir de la courbe de la figure 2 :

- a- l'état du ressort à l'instant $t = 0$ (comprimé, allongé ou non déformé) ;
- b- la nature du mouvement de (S) ;
- c- la valeur de l'amplitude X_m des oscillations de G ;
- d- la valeur de la période T_0 de ces oscillations.

2) Préciser, en le justifiant, si les oscillations de G sont libres non amorties, libres amorties ou forcées.

3) a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique E_0 du système {solide (S), ressort (R)} à l'instant $t = 0$.

b- Montrer que le système {solide (S), ressort (R)} est conservatif.

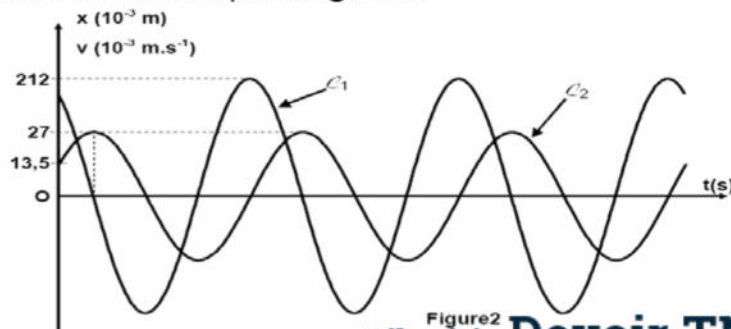
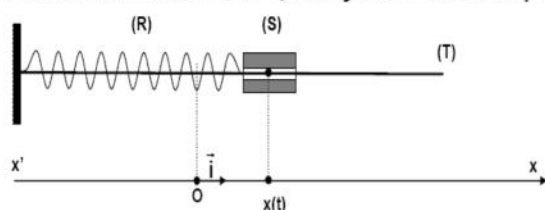
c- Déduire la valeur de la vitesse \vec{V}_1 de (S) lors de son premier passage par sa position d'équilibre.

Exercice

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) de masse m pouvant coulisser, sans frottement, sur une tige horizontale (T). Le solide (S) est attaché à un ressort, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k . La position du centre d'inertie G de (S) est repérée par son abscisse $x(t)$ sur un axe horizontal $x'Ox$. L'origine O des abscisses est confondue avec la position de G lorsque (S) est à l'équilibre.

Ecarté de sa position d'équilibre, puis abandonné à l'instant de date $t = 0\text{s}$, le solide (S) se met à osciller de part et d'autre du point O.

A un instant de date t , le système est représenté comme l'indique la figure 1.



- 1) a- Représenter sur la **figure 1** de la **feuille annexe (page 5/5)** les forces extérieures exercées sur (S) à l'instant de date t .
 b- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de l'abscisse $x(t)$ du centre d'inertie G. En déduire la nature de son mouvement.
- 2) A l'aide d'un dispositif approprié, on enregistre l'évolution de l'abscisse $x(t)$ et celle de la vitesse $v(t)$ de G. On obtient les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de la **figure 2**.
 a- Montrer que la courbe \mathcal{C}_1 correspond à $v(t)$.
 b- A partir des courbes, déterminer les amplitudes respectives X_{\max} et V_{\max} de $x(t)$ et de $v(t)$. En déduire la valeur de la pulsation propre ω_0 .
 c- Déterminer la phase initiale φ_x de $x(t)$.
- 3) L'énergie totale E du système {ressort+solide} est constante, $E = 3,645 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.
 a- Donner l'expression de E en fonction de k et X_{\max} .
 b- En déduire les valeurs de k et m.

Exercice

Le pendule élastique de la **figure 2** est constitué d'un solide (S) de masse m , relié à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, d'axe horizontal, de raideur k et de masse négligeable devant m . L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe.

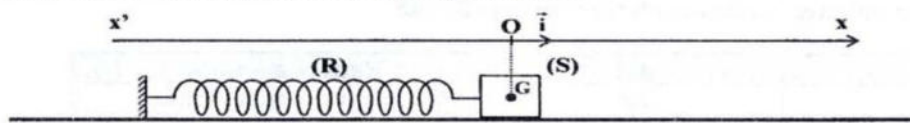


figure 2

A l'équilibre, le centre d'inertie G de (S) coïncide avec l'origine O du repère (O, \vec{i}) de l'axe $x'x$.

Ecarté de sa position d'équilibre puis abandonné à l'instant de date $t = 0$, le solide (S) se met à osciller de part et d'autre du point O. On désigne par $x(t)$ et $v(t)$ respectivement, l'élongation et la vitesse de G à un instant de date t .

Le mouvement du centre d'inertie G de (S) est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Les forces de frottements ainsi que l'amortissement du mouvement sont considérés comme négligeables.

- 1- a- Représenter sur la **figure 3 de la page 5/5**, les forces extérieures exercées sur (S).
 b- En appliquant le théorème du centre d'inertie, montrer que les oscillations de G sont régies par l'équation différentielle : $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0$; où ω_0 est une constante à exprimer en fonction de k et m.
 c- Préciser le nom de ω_0 .
 d- Vérifier que $x(t) = X_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$ est une solution de cette équation différentielle.

- 2- La courbe traduisant l'évolution de l'élongation x au cours du temps, est représentée sur la **figure 4**.
 a- En exploitant la courbe de la **figure 4**:

a1- déterminer la valeur de X_{\max} ainsi que celle de ω_0 ;

a2- montrer que : $\varphi_x = \frac{5\pi}{6} \text{ rad.}$

b- En déduire la valeur de l'amplitude V_{\max} de la vitesse $v(t)$ ainsi que celle de sa phase initiale φ_v .

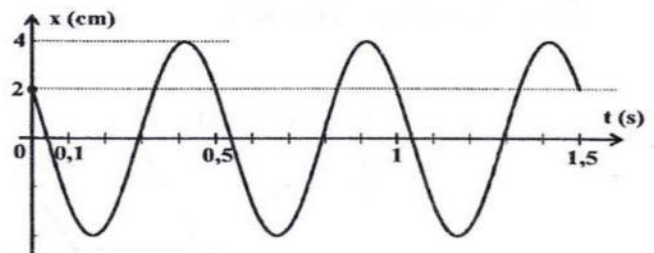


figure 4

- 3- Les courbes (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2) de la **figure 5** traduisent l'évolution, au cours du temps, des énergies

cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ et potentielle

$E_p = \frac{1}{2} k x^2$ du système {(S) + (R)}.

- a- Identifier, parmi (\mathcal{C}_1) et (\mathcal{C}_2), celle qui correspond à $E_p(t)$.
- b- Vérifier que le système {(S) + (R)} est conservatif.
- c- Déterminer les valeurs de k et m.

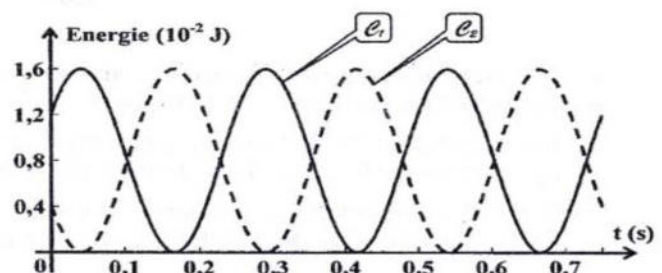


figure 5



Exercice

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) supposé ponctuel de masse $m = 0,2 \text{ kg}$ attaché à l'une des extrémités d'un ressort élastique (R) à spire non jointives, de masse négligeable devant m et de raideur $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est fixe.

Le solide (S) peut osciller horizontalement sur une table à coussin d'air sans frottements. Les oscillations du solide (S) s'effectuent suivant la direction d'un axe horizontal $(x'x)$. La position du centre d'inertie G du solide (S) est repérée par son abscisse $x(t)$ dans un repère (o, \vec{i}) ; où o correspond à la position de G lorsque le solide (S) est au repos, et \vec{i} est un vecteur unitaire porté par l'axe $(x'x)$ comme l'indique la figure-1-

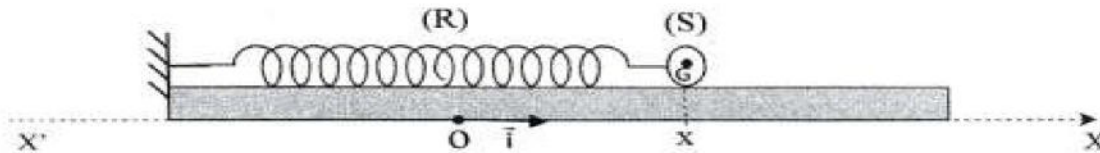


figure-1-

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance $d = 0,06 \text{ m}$ dans le sens des elongations négatives, et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant t_0 pris comme origine du temps.

Un dispositif approprié permet de suivre les variations de l'élongation x de G au cours du temps. Cette élongation vérifie, à chaque instant, la loi horaire $x(t) = X_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0)$, où X_m et T_0 représentent respectivement l'élongation maximale et la période propre des oscillations de G et φ_0 représente la phase initiale du mouvement de G. $x(t)$ s'exprime en mètre.

1- a- Montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G

$$\text{s'écrit : } m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0.$$

b- Préciser la nature du mouvement de G.

2- a- Indiquer, en justifiant la réponse, laquelle des deux courbes (a) et (b) de la figure-2- correspond au mouvement de G.

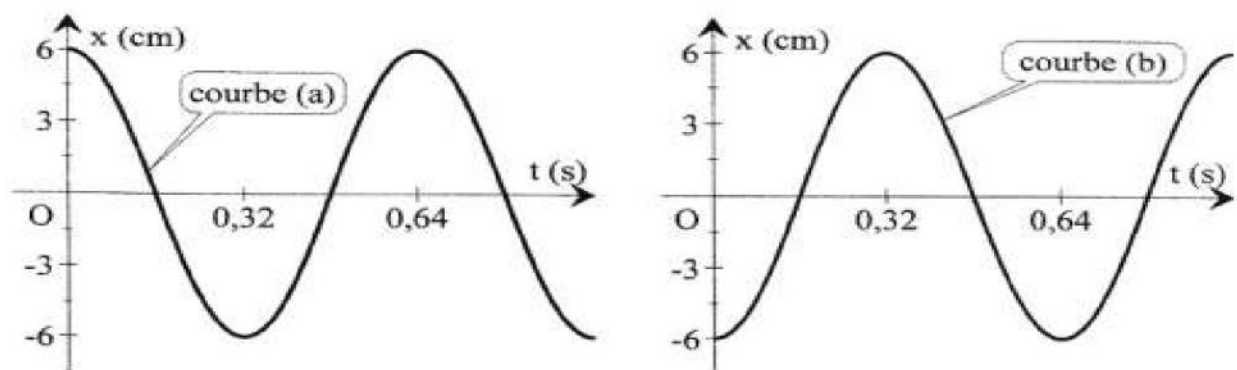


figure-2-

b- Déterminer à partir de la courbe choisie :

- l'élongation X_m
- la période propre T_0
- la phase initiale φ_0 .

3- Sachant que la vitesse instantanée du centre d'inertie G du solide (S) s'écrit sous la forme : $v(t) = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_{0v})$. Déterminer les valeurs de ω_0 , V_m et φ_{0v} .

4- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide (S), ressort (R), terre} à un instant t , en fonction de k , m , x et v sachant que l'énergie potentielle de pesanteur de ce système est supposée nulle à tout instant. Calculer sa valeur à l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$.

