

SECTION : ÉCONOMIE ET GESTION

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2h

COEFFICIENT : 2

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

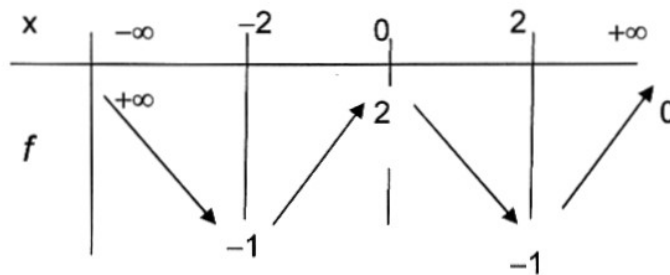
Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par « VRAI » ou par « FAUX ».

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,5 point et une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

On donne ci-dessous les variations d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .



1. L'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} exactement quatre solutions.

2. L'inéquation $f(x) \leq -1$ n'admet pas de solutions dans \mathbb{R} .

3. Pour tout réel x , $f(x) \leq 2$.

4. La fonction f est paire.

5. Pour tout x appartenant à $[2; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$.

6. $f'(1) > 0$.

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{f(x)} = +\infty$.

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

Exercice 2 (4 points)

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 20 - 3e^{0,05x}$.

1. a) Déterminer $f(0)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b) Vérifier que pour tout réel $x \in [0 ; +\infty[$; $f'(x) = -0,15e^{0,05x}$.
c) Dresser le tableau de variation de f .
d) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
2. On admet que l'expression $f(n) = 20 - 3e^{0,05n}$ représente la quantité stockée, exprimée en tonnes, d'un produit en fonction du temps n , exprimé en mois.
La mise en vente de ce produit a débuté le 1^{er} janvier 2008.
a) Déterminer le nombre maximum de mois avant qu'il ait une rupture du stock.
b) En déduire le mois et l'année correspondant à la rupture du stock.

Exercice 3 (6 points)

Un fournisseur d'accès à internet souhaite faire une prévision du nombre de ses abonnés pour les années à venir.

Le tableau ci-dessous indique le nombre de ses abonnés pour les années 2001 à 2007.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'abonnés y_i (exprimé en milliers)	2,6	3	3,6	4,2	5	5,7	7

On pose $z_i = \ln(y_i)$.

1. a) Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au centième.

Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$							

- b) Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de z en x (on arrondira les résultats numériques à 10^{-2} près).
 - c) Estimer le nombre d'abonnés pour l'année 2011.
2. Sachant que la capacité du serveur de ce fournisseur est de quinze mille abonnés, déterminer l'année en laquelle ce fournisseur devrait remplacer ce serveur afin de répondre à l'augmentation de sa clientèle.

Exercice 4 (6 points)

Une chaîne hôtelière gère des hôtels, tous de même catégorie, dans les villes de Tabarka, Sousse et Zarzis.

Les prix (en dinars) en pension complète d'une journée et par personne, dépendent de la saison du séjour et sont donnés dans le tableau suivant :

Périodes \ Villes	Villes		
	Tabarka	Sousse	Zarzis
Haute saison	100	140	60
Moyenne saison	80	80	60
Basse saison	40	40	40

Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} 100 & 140 & 60 \\ 80 & 80 & 60 \\ 40 & 40 & 40 \end{pmatrix}$.

1. Vérifier que $P^{-1} = \frac{1}{80} \begin{pmatrix} -2 & 8 & -9 \\ 2 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

2. Un client choisit d'effectuer un séjour de 14 jours dans les différents hôtels de cette chaîne, composé de la façon suivante :

Quatre jours à Tabarka, quatre jours à Sousse et six jours à Zarzis.

On associe à ce choix la matrice $M = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

a) Calculer le produit $P \times M$. En déduire le coût du séjour de ce client pour chacune des trois périodes.

b) Ce client dispose d'un budget de 900 dinars. En quelle saison peut-il séjourner ?

3. Dans un spot publicitaire, la chaîne hôtelière affirme qu'un séjour complet de 14 jours est possible au prix de 1080 dinars en haute saison, 920 dinars en moyenne saison et 560 dinars en basse saison.

Comment ce séjour se compose-t-il ?