Examen du baccalauréat (Juin 2011)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session de contrôle

EXERCICE 1

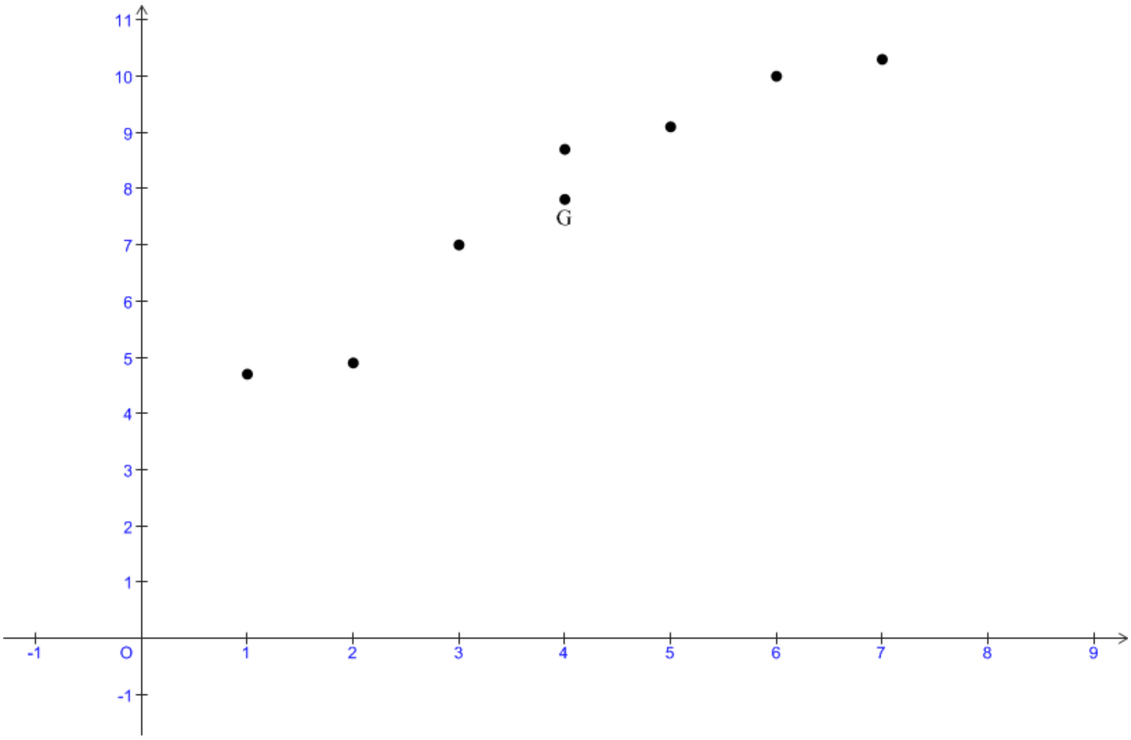
1)	2)	3)	4)	5)	6)
c)	b)	c)	c)	b)	b)

EXERCICE 2

1) $\bar{x} = 4$; $\bar{y} = 7{,}8143$.

2) Nuage de points de la série statistique (x_i, y_i) :

$G(\bar{x};\bar{y}) = G(4;7{,}81)$



3) La forme du nuage de points suggère un ajustement affine.
Une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est
$y = 1{,}039x + 3{,}657$.

4) Pour l'année 2015, $x = 9$ et $y \approx 13$
Pour l'année 2030, $x = 12$ et $y \approx 16{,}125$.

EXERCICE 3

1) D'après le graphique

a) f(0)=2, f '(0)=0, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

b) Tableau de variations de f.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	1	↗	2	↘	$-\infty$

c) *f* est continue sur IR et (C) coupe l'axe des abscisses en un point unique d'abscisse comprise entre 1 et 2 donc l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR une solution unique α comprise entre 1 et 2.

2) f est définie sur IR par f(x) = 1+ (1-x)e^x

a) Vérifions que $e^{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha - 1}$

On a $f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow 1 + (1-\alpha)e^{\alpha} = 0 \Leftrightarrow (\alpha - 1)e^{\alpha} = 1 \Leftrightarrow e^{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha - 1}$

b) on pose $I = \int_0^{\alpha} x\, e^x \, dx$

Intégration par parties : On pose

$u(x) = x \quad u'(x) = 1$
$v'(x) = e^x \quad v(x) = e^x$

$$I = \left[xe^x\right]_0^{\alpha} - \int_0^{\alpha} e^x dx = \left[(x-1)e^x\right]_0^{\alpha} = (\alpha - 1)e^{\alpha} + 1 = (\alpha - 1) \times \frac{1}{(\alpha - 1)} + 1 = 2$$

c) Soit A l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. On a

$$A = \int_0^{\alpha} f(x)dx = \int_0^{\alpha} \left(1 + (1-x)e^x\right)dx = \int_0^{\alpha} \left(1 + e^x\right)dx - \int_0^{\alpha} xe^x dx = \left[x + e^x\right]_0^{\alpha} - I = \alpha + e^{\alpha} - 1 - 2 = \alpha + \frac{1}{\alpha - 1} - 3 = \frac{\alpha^2 - 4\alpha + 4}{\alpha - 1} = \frac{(\alpha - 2)^2}{\alpha - 1}$$

EXERCICE 4

1) Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2.5 & 4 & -1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{pmatrix}$

a) Montrons que A est inversible.

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$ donc A est inversible.

b) $$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

c) $A \times B = I_3$ donc $A^{-1} = B$

2) a) On désigne par x le salaire d'un ingénieur, y le salaire d'un technicien et z celui d'un ouvrier par suite, on obtient le système suivant :

$$(S) \begin{cases} x + y + z = 2300 \\ x + 2y + 4z = 4200 \\ x + 3y + 9z = 6900 \end{cases}.$$

b) $$(S) \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2300 \\ 4200 \\ 6900 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2300 \\ 4200 \\ 6900 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1200 \\ y = 700 \\ z = 400 \end{cases}.$$

(1200,700,400) est la solution du système(S).

Conclusion : Le salaire d'un ingénieur est de 1200 DT.

Le salaire d'un technicien supérieur est de 700 DT.

Le salaire d'un ouvrier est de 400 DT.