Examen du baccalauréat (Juin 2012)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session principale

Exercice 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
Vrai	Vrai	Faux	Vrai	Vrai	Faux	Faux	Vrai

On ne demande pas de justification pour ces réponses, mais on va donner quelques explications :

1) La tangente à la courbe au point d'abscisse (-1) est horizontale.

2) La tangente à la courbe au point d'abscisse (0) a pour vecteur directeur $\binom{1}{-1}$.

3) $\int_1^2 f(x)dx$ est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x= 1 et x =2.

$\int_2^3 f(x)dx$ est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x= 2 et x =3.

4) $\int_{-2}^0 f'(x)dx = f(0) - f(-2)$ parce que *f* est une primitive de *f '*.

5) Vrai

6) Faux parce que x < 0 et f(x) < 0.

7) f(-2) = 0 donc g n'est pas définie en -2.

8) *f* est continue et strictement décroissante sur [-1,+∞[et *f* ([-1,+∞[) =] 0, *f* (-1)] donc f(x)= 0.1 admet une solution positive qu'on « ne voit pas » graphiquement ; et elle admet évidemment une autre solution qui est négative.

Exercice 2

1) a) Montrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 120$.

- On a $u_0 = 40$ donc $u_0 \leq 120$.
- Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $u_n \leq 120$ et montrons que $u_{n+1} \leq 120$.

$u_n \leq 120$ donc $0{,}75u_n \leq 90$ par suite $0{,}75u_n + 30 \leq 120$ d'où $u_{n+1} \leq 120$.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 120$.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = -0{,}25u_n + 30$, et on sait que $u_n \leq 120$ d'où

$0{,}25u_n \le 30$ donc $-0{,}25u_n + 30 \ge 0$. Ainsi (u_n) est croissante.

c) (u_n) est croissante et majorée par 120 donc (u_n) est convergente.

Pour le calcul de la limite :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}75x + 30$,
on a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
(u_n) est convergente , soit l sa limite.
f est continue sur $\mathbb{R}$
Donc $f(l) = l$ d'où $l = 120$.

2) a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = u_{n+1} - 120 = 0{,}75u_n - 90 = 0{,}75(u_n - 120) = 0{,}75v_n$
d'où (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme
$v_0 = u_0 - 120 = -80$.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -80(0{,}75)^n$.

c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = v_n + 120 = 120 - 80(0{,}75)^n$.

3) Soit u_n le nombre d'abonnés pour l'année n , u_{n+1} pour l'année n+1.

$u_0 = 40$ correspond à l'année 2011. $\frac{75}{100}u_n$ représentent le nombre des abonnés revenants ;
donc $u_{n+1} = 0{,}75u_n + 30$ par suite $u_n = 120 - 80(0{,}75)^n$.

$u_n \ge 100 \Leftrightarrow 120 - 80(0{,}75)^n \ge 100 \Leftrightarrow$
$80(0{,}75)^n \le 20 \Leftrightarrow$

$(0{,}75)^n \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow n\ln(0{,}75) \le \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow$

$n \ge \frac{-\ln 4}{\ln(0{,}75)}$. Donc n = 29 . Le nombre d'abonnés dépassera 100 dans 29 ans.

Exercice 3

1) $A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix}$

$A \times B = 11I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2a=0 \\ 8+3a=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 8+3\times 1=11 \end{cases}$

Donc a =1.

2) .a)

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

b) $A \times B = 11\, I_2$ donc $A^{-1} = \frac{1}{11} B$

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11} B \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

donc l'ensemble des solutions de S est $1,3$.

3) $S' \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ 2x - y + 6 - x - y = 1 \\ 3x + 2y - 6 + x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$.

4) L'ensemble des solutions de S' est $1,3,2$.

Exercice 4

1)

	Atelier A_1	Atelier A_2	Total
Nombre de pièces défectueuses	50	150 (1)	200
Nombre de pièces non défectueuses	7950	11850 (4)	19800 (2)
Total	8000	12000 (3)	20000

On peut commencer par (1) 200-50 =150 ; puis (2) 20000-200 = 19800.
(3) c'est 0,6x 20000 = 12000

2) a)

$$p\ D = \frac{200}{20000} = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

b) $p\ D|A = \frac{50}{8000} = \frac{5}{800} = \frac{1}{160} = 0{,}00625$.

c) $p\ D|\overline{A} = \frac{150}{12000} = \frac{15}{1200} = \frac{1}{80} = 0{,}0125$.

d) $p\ \overline{A}|D = \frac{150}{200} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

3) La probabilité cherchée est $1 - 0{,}01\ ^{10} = 0{,}99^{10} = 0{,}904$.