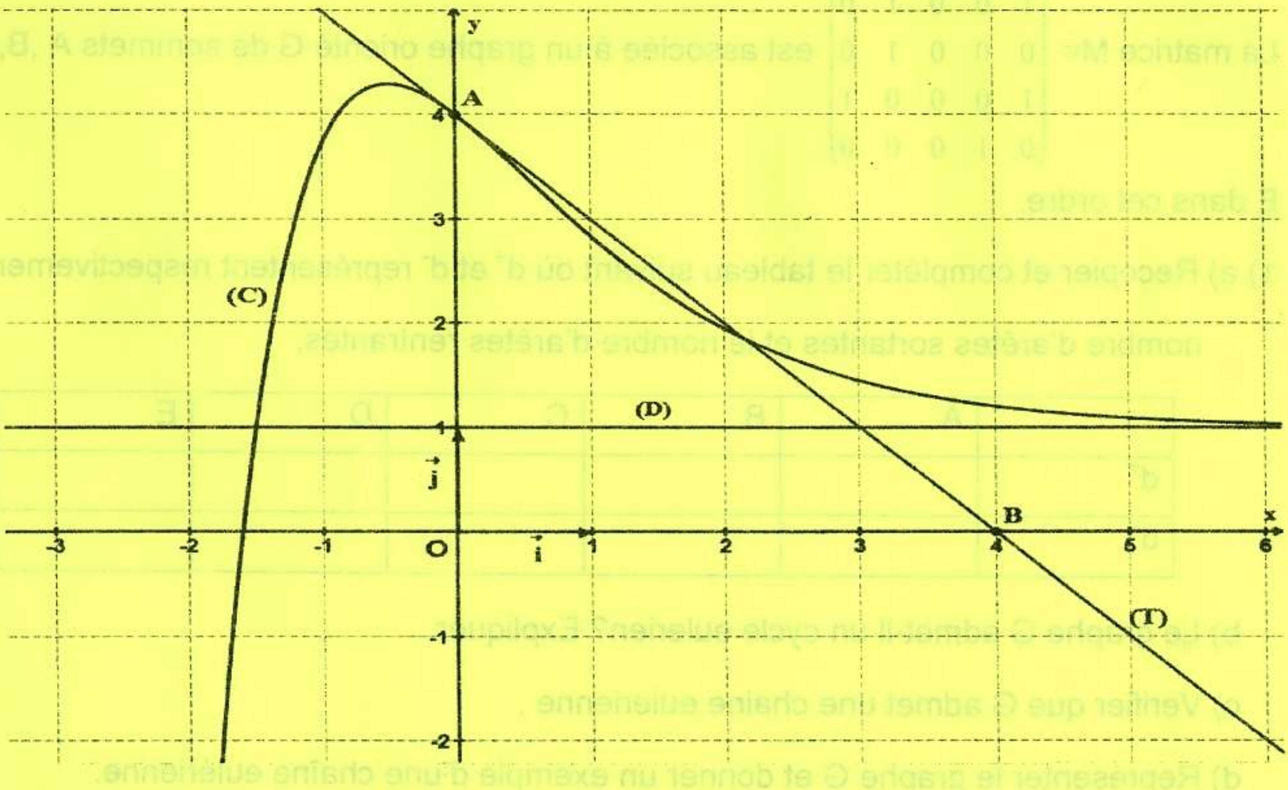
RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ●●○●● EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2017	Épreuve : **Mathématiques** Section : **Economie et Gestion**	
	Durée : 2h	Coefficient : 2
	Session de contrôle	

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur IR.

- La tangente T à la courbe (C) au point A(0,4) passe par le point B(4,0).
- La droite D d'équation y=1 est une asymptote horizontale à (C) au voisinage de +∞.



1) En utilisant les données et le graphique, déterminer :

a) f(0) et f'(0),

b) Une équation de la tangente (T),

c) La limite de la fonction f en +∞,

d) Un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire $\mathcal{A}$, de la partie du plan

limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

2) On suppose dans la suite que la fonction f est définie sur IR par:

$f(x) = 1 + (ax + b)e^{-x}$, où a et b sont deux nombres réels.

a) Vérifier que $f'(x) = (-ax + a - b)e^{-x}$, pour tout réel x.

b) Montrer alors que $f(x) = 1 + (2x + 3)e^{-x}$, pour tout réel x.

c) Vérifier que la fonction F définie sur IR par $F(x) = x - (2x + 5)e^{-x}$

est une primitive de f sur IR.

d) Déterminer alors, en unité d'aire, la valeur exacte de $\mathcal{A}$.

Exercice 2 (5 points)

La matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est associée à un graphe orienté G de sommets A ,B,C,D et E dans cet ordre.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant où d^+ et d^- représentent respectivement le nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes rentrantes.

	A	B	C	D	E
d^+					
d^-					

b) Le graphe G admet-il un cycle eulerien? Expliquer.

c) Verifier que G admet une chaine eulerienne .

d) Représenter le graphe G et donner un exemple d'une chaîne eulérienne.

2) On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Combien y a-t-il de chaines de longueur 2 reliant le sommet B au sommet E ?

Exercice 3 (5 points)

On donne les matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ *et* $\boldsymbol{C}$ telles que:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 3 & -7 & \frac{29}{2} \\ \frac{-5}{2} & 1 & -11 \\ 2 & -5 & 9 \end{pmatrix} \qquad et\ \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$$

1) Déterminer la matrice $\boldsymbol{C}$.

2) a) Calculer le déterminant de la matrice $\boldsymbol{A}$ .En déduire que $\boldsymbol{A}$ est inversible.

b) Justifier que $\boldsymbol{C}$ est la matrice inverse de $\boldsymbol{A}$.

3) Soit dans IR^3 le système (S) : $\begin{cases} 2x + 2y - z + 4 = 0 \\ x + 6y + 4z - 8 = 0 \\ 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$.

a) Le triplet $(-2, 1, 2)$ est-il solution de (S) ? Expliquer.

b) Montrer que:

(a, b, c) est une solution du système (S) si et seulement si $A\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) Résoudre alors le système (S).

Exercice 4 (5 points)

Soit la suite $\boldsymbol{U}$ définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2e, \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + e), \text{pour tout } n \in IN. \end{cases}$

1) Calculer U_1 et U_2.

2) a) Montrer,par réccurence, que pour tout $n \in IN, U_n > e$.

b) Montrer que la suite $\boldsymbol{U}$ est décroissante.

c) En déduire que la suite $\boldsymbol{U}$ est convergente.

3) Soit la suite $\boldsymbol{V}$ définie sur IN par $V_n = U_n - e$.

a) Montrer que $\boldsymbol{V}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c) Déterminer alors la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$.