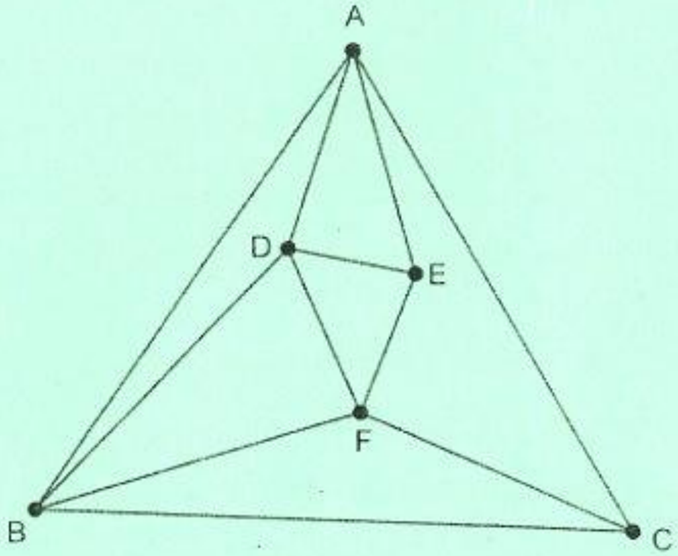
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●●	***Session principale***	
	Epreuve : **Mathématiques**	Section : ***Economie et Gestion***
EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION **2018**	Durée : **2h** ◆	Coefficient de l'épreuve : **2**

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 :(5 points)

On considère le graphe G ci- contre, dont les sommets sont A, B, C, D, E et F pris dans cet ordre.



1) Justifier que le graphe G est connexe.
2) Justifier que le graphe G admet au moins une chaîne eulérienne et donner un exemple.
3) a) Justifier que le graphe G n'admet pas de cycle eulérien.
   b) Quelle arrête peut-on alors ajouter pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?

4) Déterminer le nombre chromatique du graphe G en expliquant clairement la démarche.

5) Déterminer la matrice M associée à ce graphe (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique)

6) On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \\ 11 & 8 & 8 & 11 & 6 & 11 \\ 10 & 8 & 4 & 6 & 5 & 10 \\ 11 & 11 & 6 & 8 & 8 & 11 \\ 10 & 6 & 5 & 8 & 4 & 10 \\ 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \end{pmatrix}$

Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 reliant les sommets C et E et citer toutes ces chaînes.

Exercice 2 :(5 points)

Soit (U_n) la suite réelle définie sur IN^* par $\begin{cases} U_1 = 800 \\ U_{n+1} = 0{,}7U_n + 300 \ ; \ n \in IN^* \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n on a : $U_n \leq 1000$.

   b) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

   c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

2) On considère la suite (V_n) définie sur IN^* par : $V_n = 1000 - U_n$

   a) Prouver que (V_n) est une suite géométrique de raison q = 0,7.

   b) Exprimer V_n en fonction de n pour tout entier naturel non nul n.

   c) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, on a : $U_n = 200\left(5-(0{,}7)^{n-1}\right)$.

3) Lors du 1er mois de son ouverture, un magasin compte 800 clients.

   Chaque mois, on note 300 nouveaux clients qui s'ajoutent à 70% des clients du mois précédent.

   Quel est le rang du mois où le nombre de clients du magasin dépassera 990 ?

Exercice 3 :(4 points)

Le tableau suivant donne l'évolution de la population en Tunisie d'une décennie à autre en milieux urbains entre les années 1964 et 2014.

Année	1964	1974	1984	1994	2004	2014
Rang X_i	1	2	3	4	5	6
Effectifs Y_i (en millions)	1,8	2,7	3,6	5,4	6,4	7,4

(Source : I NS)

1) a) Représenter le nuage de points de la série statistique (X, Y) dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   b) Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ? Justifier votre réponse.

2) Calculer $\overline{X}$ et $\overline{Y}$, puis placer le point moyen $G(\overline{X} ; \overline{Y})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3) On admet que la droite passant par le point moyen G et par le point P de coordonnées (5 ; 6,4) est une droite d'ajustement de ce nuage de points.

   a) Tracer la droite (GP) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

   b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (GP) **(On arrondira au centième les résultats des calculs)**.

   c) Donner une estimation de la population de la Tunisie en milieux urbains en 2034.

Exercice 4: (6 points)

Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x) = 1 - x\,e^{x}$.

Le tableau suivant donne les variations de la fonction g sur $[0,+\infty[$.

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

(α est l'unique solution dans $]0;+\infty[$ de l'équation $g(x)=0$).

1) Déterminer suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$ sur $[0,+\infty[$.

2) Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = x + (1-x)\,e^{x}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

a) Montrer que pour tout $x \in [0;+\infty[$; on a : $f'(x) = g(x)$.

b) Vérifier que pour tout $x > 0$, on a : $f(x) = x\left[1 + (\frac{1}{x} - 1)e^{x}\right]$ puis déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha}$.

3) Dresser le tableau de variations de f.

4) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Déterminer une équation de la demi tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

c) Tracer $\mathscr{C}$ et T dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(On prendra $\alpha = 0{,}6$ et on arrondira $f(\alpha)$ à 10^{-1} près).

5) Soit F la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $F(x) = (2-x)\,e^{x} + \dfrac{x^2}{2}$.

a) Vérifier que F est une primitive de f sur $[0,+\infty[$.

b) En déduire en unités d'aires, l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ *et* $x = 1$.