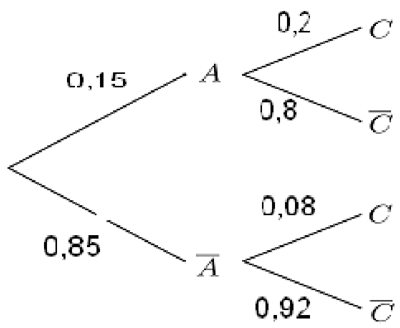
Corrigé de l'épreuve de mathématiques du baccalauréat
Session principale 2017 Section : *Economie et Gestion*

Exercice 1

1)



2) a) P(A∩C)=0.15x0.2=0.03

b) P(C)= P(A∩C) + P ($\overline{A}$∩C)=0.03+0.85x0.08=0.098

c) P(A) x P(C)=0.15x0.098=0.0147

P (A∩C) $\neq$ P (A) x P(C) alors A et C sont dépendent.

3) P ($\overline{A} \cap \overline{C}$) =0.85x0.92=0.782.

Exercice 2

1) a) On trouve dét(A)= -6.

dét(A) est non nul alors la matrice A est inversible.

b) On trouve $A \times B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = 6 \times I.$

c) $A \times B = 6 \times I$ alors $A^{-1} = \frac{1}{6} B.$

2) a) notons : x le nombre de visiteurs étrangers.

y le nombre de visiteurs tunisiens de moins de 60 ans.

z le nombre de visiteurs tunisiens âgés de plus de 60 ans.

- Le nombre total de visiteurs est de 300 personnes se traduit par : $x + y + z \quad = 300$
- Le nombre de visiteurs tunisiens âgés de plus de 60 ans est égal au total du nombre de visiteurs étrangers augmenté du triple du nombre de visiteurs tunisiens de moins de 60 ans se traduit par : $z = x + 3y$ c'est-à-dire $x + 3y - z \quad = 0$.
- La recette de la journée est de 2040 dinars se traduit par : $12x + 6y + 4z = 2O40$ c'est-à-dire $3x + 2y + z = 510$.

Ainsi la situation se traduit par le système (*S*): $\begin{cases} x + y + z \quad = 300 \\ x + 3y - z \quad = 0 \\ 3x + 2y + z = 510. \end{cases}$

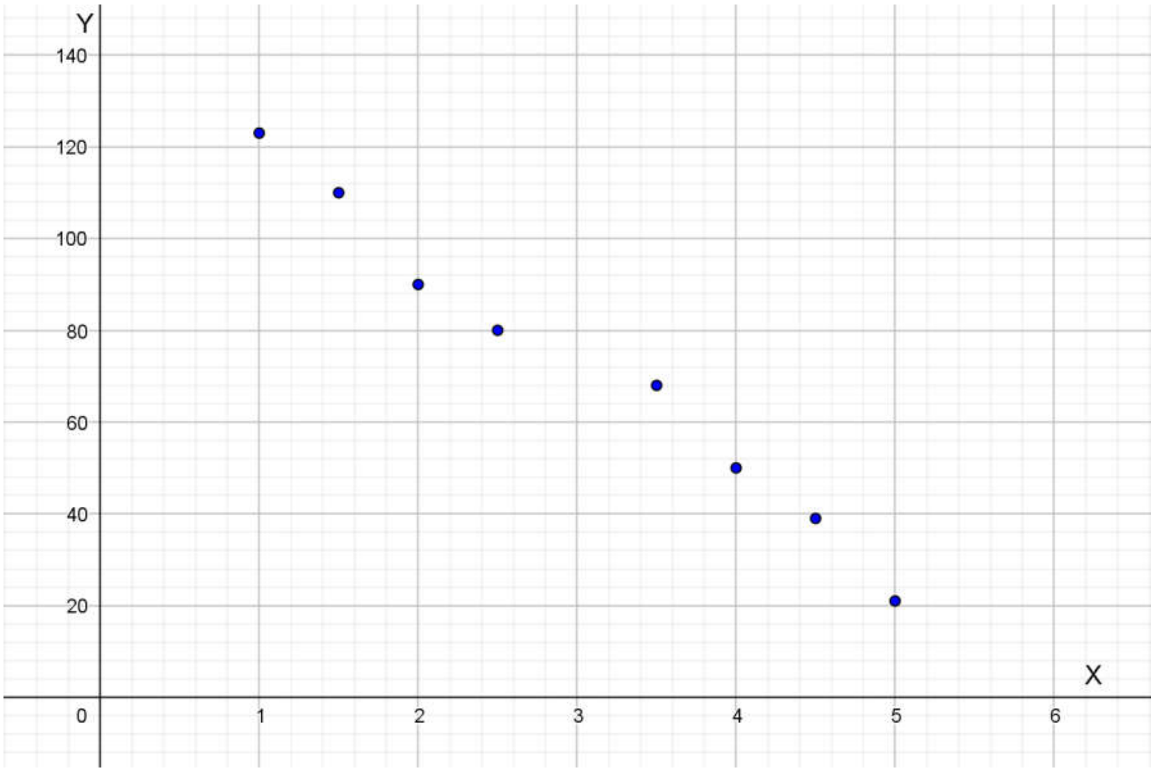
b) $A \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 510 \end{pmatrix}$

c) $A \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 500 \end{pmatrix}$ équivaut à $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} . \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 500 \end{pmatrix}$ équivaut à $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -5 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & -2 \\ 7 & -1 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 510 \end{pmatrix}$

On trouve x=90, y=30 et z=180

Exercice 3

1) a) Nuage de points de la série statistique double (x_i, y_i).



b) Les points du nuage semblent se répartir autour d'une droite.

2) On trouve $Y = -24x + 144$.

3) On suppose que cet ajustement reste bien valable.

a) $g(x) = (-24x + 144)x = -24x^2 + 144x$.

b) le prix unitaire de vente qui permet de réaliser une recette maximale est 3.

Il suffit d'étudier les variations de la fonction g pour x positif.

$g'(x) = -48x + 144 = 48(3 - x)$.

x	0		3		$+\infty$
g'(x)		+	0	–	
g		↗	g(3)	↘	

Exercice 4

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[(4-x)e^x - 5\right] = -\infty$. Car $\lim\limits_{x \to +\infty} (4-x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$.

2) a) Pour tout $x \in [1, +\infty[$, $f'(x) = -e^x + (4-x)e^x = (-1 + 4 - x)e^x = (3-x)e^x$.

b) Tableau de variation de f

x	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	3e-5	↗	$f(3)$	↘	-∞

3) a) *La fonction f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[1,3]$ alors elle réalise une bijection de l'intervalle $[1,3]$ sur l'intervalle $f([1,3]) = [2e-5, f(3)]$ et $0 \notin [2e-5, f(3)]$ Car $2e - 5 > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution dans $[1,3]$.

* La fonction f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[3, +\infty[$ alors elle réalise

une bijection de $[3,+\infty[$ sur $f([3,+\infty[)=\left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x),f(3)\right]=\left]-\infty,e^3-5\right]$.

$0\in\left]-\infty,e^3-5\right]$ alors l'équation $f(x)=0$ admet dans $[3,+\infty[$ une solution unique α.

$f(3.89)\simeq 0.38>0$ et $f(3.90)\simeq -0.06<0$ alors $3.89<\alpha<3.90$.

b) Signe de f(x) sur $[1,+\infty[$:

x	1		α		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

4) Pour tout $x\in[1,+\infty[$, $F'(x)=-e^x+(5-x)e^x-5=(4-x)e^x-5=f(x)$.

Alors F est une primitive de f sur l'intervalle $[1,+\infty[$.

$I=\int_1^4 f(x)dx=F(4)-F(1)=e^4-4e-15.$

5) a) f admet un maximum en 3 alors le nombre d'objets à produire par jours pour réaliser un bénéfice maximal est 3x100=300.

$f(3)=e^3-5\simeq 15.086$. Alors le bénéfice maximal est de l'ordre de 15086 dinars.

b) On sait d'après 3 b) que $f(x)<0$ équivaut à $x>\alpha$. Comme $3.89<\alpha<3.90$

Alors le nombre d'objets à produire par jour, ne doit pas dépasser $3.89\times 100=389$.

c) le bénéfice moyen est $\left(\frac{1}{4-1}\int_1^4 f(x)dx\right)\times 100=\frac{300}{3}I\simeq 9575$ dinars.