

Correction Algorithmique et programmation

Session de contrôle 2009

Exercice 1 :

NB: On acceptera toute proposition équivalente.

1. La trace d'exécution de la fonction f pour les cas suivants :

➤ T :

5	7	6	3
---	---	---	---

 ; m = 6 et n = 4

f(6,4,T) = f(6,3,T) = vrai

➤ T :

5	7	6	3
---	---	---	---

 ; m = 1 et n = 4

1,5 pts = 2 x 0,75

0,5 pour la trace

0,25 pour le Résultat

f(1,4,T) = f(1,3,T) = f(1,2,T) = f(1,1,T) = f(1,0,T) = faux

2. La fonction f permet de vérifier l'existence d'un entier m dans un tableau T de n entiers

3. Forme récursive de la fonction f (1 pt)

0) DEF FN f(m,n : entier ; T : vect) : booléen

1) Si n = 0 Alors

f ← faux

Sinon Si T[n]=m alors f ← vrai

Sinon f ← f(m,n-1,T)

FinSi

2) Fin f

0,25

0,25

0,25

0,25

4. Forme itérative de la fonction f (1 pt)

0) DEF FN f(m,n : entier ; T : vect) : booléen

1) f ← faux ; i ← n+1

Répéter

[i ← i - 1] Si T[[i] = m Alors

f ← vrai

FinSi

Jusqu'à (f = vrai) ou (i=1)

2) Fin f

0,25

0,25

0,25

0,25

Exercice 2 :

- 1) Analyse du module de calcul de la valeur de X: (2 pts)

DEF FN Piece: réel	0,5
Résultat = Piece ← X	0,5
X = [X ← 0, S2 ← 0]	0,25
Répéter	
X ← X + 0,01	0,25
S1 ← S2	0,25
S2 ← ((√3 - 4)/2)*X ² + X	
Jusqu'à S2-S1 ≤ 0	0,25

NB: Il est possible de trouver une autre solution basée sur le calcul de la dérivée de S(x).

L'aire S de la pièce est égale à $S = ((\sqrt{3} - 4) / 2) * x^2 + x$.

L'aire S est maximale \Rightarrow la dérivée s'annule $\Rightarrow 2 * ((\sqrt{3} - 4) / 2) * x + 1 = 0$

$\Rightarrow x = -1 / (2 * ((\sqrt{3} - 4) / 2))$

Tableau de déclaration des objets globaux

Objet	Type/Nature	Rôle
x	réel	valeur du côté du triangle

Algorithme :

```

0) DEF FN Piece :Réal
1) X ← 0, S2 ← 0
2) Répéter
    X ← X+0,01
    S1 ← S2
    S2 ← ((√3 -4)/2)*X²+X
    Jusqu'à S2-S1 ≤ 0
3) Piece ← X
4) Fin Piece

```

2

Problème :

Analyse du programme principal

Nom : calcul_integral

Résultat = écrire ("VI1 par la méthode des trapèzes : ", VI1,
 "VI2 par la méthode d'une subdivision aléatoire : ", VI2,
 "La valeur absolue de la différence est ", | VI1 – VI2 |)

VI1 ← FN TRAPEZES(n)

VI2 ← FN SUBDIVISIONS(n)

Répéter

N= donnée("introduire le nombre de subdivisions : ")

Jusqu'à n dans [101..999]

Fin calcul_integral

Tableau de déclaration des objets globaux

Objet	Type/Nature	Rôle
VI1	Réel	Valeur de l'intégral par la méthode des trapèzes
VI2	Réel	Valeur de l'intégral par méthode d'une subdivision aléatoire
N	Entier	Nombre de subdivisions
TRAPEZES	Fonction	Fonction qui calcule selon la méthode des trapèzes, une valeur approchée de l'aire en question
SUBDIVISIONS	Fonction	Fonction qui calcule selon la méthode des subdivisions aléatoires, une valeur approchée de l'aire en question

Algorithme du programme principal

```

0) Début calcul_integral
1) Répéter
    Ecrire( "introduire le nombre de subdivisions : ")
    Lire(n)
    Jusqu'à n dans [101..999]
2) VI1 ← FN TRAPEZES(n)
3) VI2 ← FN SUBDIVISIONS(n)

```

- 4) écrire (’’V11 par la méthode des trapèzes : ’’,V11,’’V12 par méthode d’une subdivision aléatoire :
’’V12, ’’La valeur absolue de la différence est ’’, $|V11 - V12|$)
- 5) Fin calcul_integral

Analyse de la fonction TRAPEZES

DEF FN TRAPEZES (n : entier) : réel

Résultat = TRAPEZES \leftarrow VI

VI=[VI \leftarrow ((exp(-1) + exp(-4))/2)/n] Pour i de 1 à n-1 faire

VI \leftarrow VI + (exp(-(1+i/n)²))/n

FinPour

i = compteur

Fin TRAPEZES

Tableau de déclaration des objets de la fonction TRAPEZES

Objet	Type/Nature	Rôle
VI	Réel	Valeur de l'intégral par la méthode des trapèzes
I	Entier	compteur

Algorithme de la fonction TRAPEZES

0) DEF FN TRAPEZES (n : entier) : réel

1) VI \leftarrow ((exp(-1) + exp(-4))/2)/n

Pour i de 1 à n-1 faire

VI \leftarrow VI + (exp(-(1+i/n)²))/n

FinPour

2) TRAPEZES \leftarrow VI

3) Fin TRAPEZES

Analyse de la fonction SUBDIVISIONS

DEF FN SUBDIVISIONS (n : entier) : réel
Résultat = SUBDIVISIONS \leftarrow VI
VI \leftarrow (S1+S2)/2
S1=[S1 \leftarrow 0] Pour i de 0 à n-1 faire
S1 \leftarrow S1 + (V[i+1] - V[i]).exp(-(V[i]) ²)
FinPour
S2=[S2 \leftarrow 0] Pour i de 0 à n-1 faire
S2 \leftarrow S2 + (V[i+1] - V[i]).exp(-(V[i+1]) ²)
FinPour
i = compteur
V = PROC REEMPLISSAGE (n, V)
PROC TRI (n, V)
Fin SUBDIVISIONS

Commentaires

• Détermination de la valeur de I2

• Détermination de la somme S1

• Détermination de la somme S2

• V est un tableau rempli aléatoirement puis trié par la méthode d'insertion.

Tableau de déclaration des nouveaux types

Type
Vect = tableau de 999 réels

Tableau de déclaration des objets de la fonction SUBDIVISIONS

Objet	Type/Nature	Rôle
VI	Réel	Valeur de l'intégral par la méthode des subdivisions
S1	Réel	Valeur de la somme S1
S2	Réel	Valeur de la somme S2
i	Entier	Compteur
V	Vect	Tableau contenant les valeurs des x _i
Tri	Procédure	Une procédure qui permet de trier les éléments de V

Remplissage	Procédure	par la méthode d'insertion Une procédure qui permet de remplir le tableau V
-------------	-----------	--

Algorithme de la fonction SUBDIVISIONS

```

0) DEF FN SUBDIVISIONS (n:entier) : réel
1) PROC REMPLISSAGE(n,V)
2) PROC TRI(n,V)
3) S1 ← 0
   Pour i de 0 à n-1 faire
       S1 ← S1 + (V[i+1] - V[i]).exp(-(V[i])2)
   FinPour
4) S2 ← 0
   Pour i de 0 à n-1 faire
       S2 ← S2 + (V[i+1] - V[i]).exp(-(V[i+1])2)
   FinPour
5) VI ← (S1+S2)/2
6) SUBDIVISIONS ← VI
7) Fin SUBDIVISIONS

```

Analyse de la procédure TRI

DEF PROC TRI (n : entier ; Var T :Vect)
Résultat = T
T = [] Pour i de 1 à n faire
Aux ← T[i]
j ← i
Tant que (T[j-1] > aux) et (j > 1) Faire
T[j] ← T[j-1]
j ← j-1
Fin Tant que
T[j] ← aux
FinPour
i, j = compteurs
Fin TRI

Commentaires

- Application du tri par insertion sur un tableau T

Tableau de déclaration des objets de la Procédure TRI

Objet	Type/Nature	Rôle
i	Entier	Compteur
j	Entier	Compteur
aux	Réel	Variable auxiliaire

Algorithme de la procédure TRI

```

0) DEF PROC TRI (n : entier ; Var T :Vect)
1) Pour i de 1 à n faire
    Aux ← T[i]
    j ← i
    Tant que (T[j-1] > aux) et (j > 1) Faire
        T[j] ← T[j-1]
        j ← j-1
    Fin Tant que
    T[j] ← aux

```

FinPour
2) Fin TRI

Analyse de la procédure REEMPLISSAGE

DEF PROC REEMPLISSAGE (n : entier ; Var T :Vect)

Résultat = T
T=[T[0] ← 1 ; T[n] ← 2]
Pour i de 1 à n-1 faire
Répéter
T[i] ← 1 + RANDOM
Jusqu'à Vérif (i,T)
FinPour
i = compteur
Fin REEMPLISSAGE

Commentaires

- Cette procédure permet de générer la suite $(X_i)_{0 \leq i \leq n}$ où $X_0 = 1$, $X_i = V[i]$ et $X_n = 2$.
- Puisque la fonction RANDOM renvoie un réel compris entre **0 et 1 au sens strict**, il faut prévoir de ranger dans **T**, les **2** valeurs (**1 et 2**) pour construire la suite X_i
- La valeur obtenue au hasard (**1+ random**), ne sera considérée que si elle **n'existe pas dans le tableau**. (car selon l'énoncé, V contient n-1 réels distincts)

Tableau de déclaration des objets de la Procédure REEMPLISSAGE

Objet	Type/Nature	Rôle
i	Entier	Compteur
X	Réel	L'entier à déterminer au hasard
Vérif	Fonction	Fonction qui vérifie l'existence d'un élément dans les I premiers éléments de T

Algorithme de la procédure REEMPLISSAGE

```

0) DEF PROC REEMPLISSAGE (n : entier ; Var T :Vect)
1) T[0] ← 1
   T[n] ← 2
   Pour i de 1 à n-1 faire
       Répéter
           T[i] ← 1 + RANDOM
       Jusqu'à Vérif (i,T)
   FinPour
2) Fin REEMPLISSAGE

```

Analyse de la fonction Vérif

DEF FN VERIF (j : entier ; T :Vect) : booléen
Résultat = Vérif ← V
V= [V ← Vrai, x ← T[j]] Répéter
Si x = T[j-1] alors V ← faux
Sinon j ← j-1
FinSi
Jusqu'à (V=faux) ou (j=1)
Fin VERIF

Commentaires

- On aurait pu exploiter la fonction f de l'exercice 1
- Cette fonction vérifie que la valeur T[j] n'existe pas dans le tableau.

Algorithme de la fonction Vérif

```

0) DEF FN VERIF ( j : entier ; T :Vect) : booléen
1) V ← Vrai, x ← T[j]
   Répéter
       Si x = T[j-1] alors V ← faux
       Sinon j ← j-1
   FinSi

```

- Jusqu'à (V=faux) ou (j=1)
- 2) Vérif \leftarrow V
 - 3) Fin VERIF

Barème du problème

	ANALYSES (8 pts)	ALGO (4 pts) / -0,25 par erreur
PP	1,5 pts = 0,5 cohérence + 1 modularité	0,75 pt
Affichage de I_1 , I_2 et $ I_1 - I_2 $	0,75 pts = 3 x 0,25	0,5 pt
Calcul de I_1	1 pt = 0,25 init + 0,25 boucle Pour + 0,25 $VI \leftarrow Vi \dots$ + 0,25 Trapèzes $\leftarrow VI$	0, 5 pt
Calcul de I_2	1,25 pt = 0,5 S_1 + 0,5 S_2 + 0,25 appels tri et remp	0,5 pt
Tri de V	1 pt = 0,25 boucle Pour + 0,25 init + 0,25 décalage + 0,25 Insertion	0,5 pt
Remplissage de V	1pt = 0,5 remplissage + 0,5 Vérification	1 pt = 0,5 + 0,5
Saisie de N	0,5pt = 0,25 lecture + 0,25 répéter et condition	0,25 pt
Divers :		
- TDO	0,5 pt	
- Paramètres et modes de passages	0,5 pt	