

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION DE CONTROLE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION :	SCIENCES DE L'INFORMATIQUE	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

### Exercice 1 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points  $A(-2, -1, 3)$ ,  $B(1, -1, 4)$  et  $C(3, 0, 1)$  et la droite  $\Delta$  dont une

représentation paramétrique est : 
$$\begin{cases} x = 3 - 2\alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1 + 3\alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- 1) Montrer que les points A, B et C définissent un plan qu'on notera P.
- 2) Répondre par vrai ou faux en justifiant à chaque fois la réponse .
  - a) Le point A appartient à la droite  $\Delta$ .
  - b)  $\overline{BC}$  est un vecteur directeur de  $\Delta$ .
  - c) La droite  $\Delta$  est parallèle au plan P.
  - d) Les droites  $\Delta$  et (AB) sont orthogonales.

### Exercice 2 (4 points)

A tout nombre complexe  $z$  non nul, on associe le nombre complexe  $u = \frac{z-i}{z}$ .

- 1) Calculer  $u$  sachant que  $z = 1 - i$ .
- 2) Calculer  $z$  sachant que  $u = 2i$ .
- 3) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe  $z$  tels que :  $|u| = 1$ .
- 4) Déterminer les nombres complexes  $z$  vérifiant :  $\frac{z-i}{z} = -iz$ .

### Exercice 3 (4 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 6$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$ .

- 1) a) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n > 3$ .  
 b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante ; en déduire qu'elle est convergente.  
 c) Déterminer alors la limite de  $u_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .
- 2) On considère la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = \ln(u_n - 3)$ . ( $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien).  
 a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r = -\ln 3$ .  
 b) Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
 c) Retrouver alors la limite de  $u_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

**Exercice 4 (5 points)**

Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  dont le tableau de variation est le suivant :

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$0$

On note par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On suppose que la courbe  $(\mathcal{C})$  passe par l'origine du repère et que  $f'(0) = 2e$  ( $e$  est le nombre réel tel que  $\ln(e) = 1$ )

1) Donner sans justification :

- a) Un extremum de  $f$ .
- b) Une équation cartésienne d'une asymptote à  $(\mathcal{C})$ .
- c) Une équation cartésienne de la tangente à  $(\mathcal{C})$  au point d'abscisse 0.

2) On suppose dans la suite que  $f(x) = 2x e^{1-x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Montrer que  $(\mathcal{C})$  admet une branche parabolique au voisinage de  $-\infty$  et donner sa direction.
- b) Montrer que le point de  $(\mathcal{C})$  d'abscisse 2 est un point d'inflexion.
- c) Construire  $(\mathcal{C})$ .
- d) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 x e^{1-x} dx$ .

En déduire l'aire de la partie du plan limitée par  $(\mathcal{C})$ , les axes du repère et la droite d'équation  $x = 1$ .

**Exercice 5 (3 points)**

1) On considère dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation (E) :  $4x + 5y = 7$ .

- a) Vérifier que  $(-2, 3)$  est une solution de (E).
- b) Résoudre l'équation (E).

2) Dans l'espace muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les plans  $P$  et  $Q$  d'équations respectives :  $x + 6y - z - 8 = 0$  et  $3x - y + z + 1 = 0$ .

- a) Montrer que  $P$  et  $Q$  sont sécants suivant une droite  $D$ .
- b) Déterminer l'ensemble  $\mathcal{F}$  des points de  $D$  dont les coordonnées sont des entiers.