REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

SESSION PRINCIPALE

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 3h **COEFFICIENT :** 3

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_1 = 1 + 3i$ et $z_2 = 3 + i$.

1) La somme $z_1 + \overline{z}_1$ est égale à

a) 2 b) -6 c) $2+6i$

2) La distance AB est égale à

a) 8 b) $2\sqrt{2}$ c) $4\sqrt{2}$

3) Les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation : $z^2 - 6z + 10 = 0$ sont

a) z_1 et z_2 b) z_1 et $\overline{z}_1$ c) z_2 et $\overline{z}_2$

4) L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z| = \sqrt{10}$ est

a) la droite (AB) b) la médiatrice de $[AB]$ c) un cercle passant par A et B

Exercice 2 (5,5 points)

1) Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

a) Calculer le déterminant de A et en déduire que A est inversible.

b) Calculer la matrice $\frac{1}{6}B.A$ et déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

2) On considère la fonction numérique F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des constantes réelles.

On suppose que $F(1) = 0$, $F(-1) = 0$ et $F(2) = 10$.

a) Montrer que a, b et c, si elles existent, sont solutions du système (S) : $\begin{cases} a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 2 \end{cases}$

b) Donner une écriture matricielle de (S).

c) En déduire l'expression de $F(x)$.

Exercice 3 (4,5 points)

Une usine fabrique deux types d'ordinateurs :

Type 1 : Des ordinateurs équipés de quatre ports USB.

Type 2 : Des ordinateurs équipés de sept ports USB.

Le nombre total de ports USB utilisés par jour est 400.

On désigne par a et b respectivement le nombre d'ordinateurs du type 1 et le nombre d'ordinateurs du type 2 fabriqués par jour dans cette usine.

1) Calculer $4a + 7b$.

2) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $4x + 7y = 400$ (on pourra remarquer que le couple (100, 0) est une solution particulière).

3) Déduire le nombre d'ordinateurs de chaque type fabriqués par jour, sachant que la capacité totale de production de l'usine est comprise entre 68 et 72 ordinateurs par jour.

Exercice 4 (6 points)

Dans la feuille annexe (page 4/4), la courbe $(\mathscr{C})$ représente, dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I = [1, e]$ (l'unité graphique est 3 cm) .

On suppose que :

- $(\mathscr{C})$ admet une demi-tangente au point d'abscisse 1, passant par le point de coordonnées $\left(2 , -\frac{1}{2}\right)$.
- $(\mathscr{C})$ admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse e (e est le nombre réel tel que $\ln e = 1$)

1) Donner par lecture graphique :

a) $f(1)$ et $f(e)$.

b) $\lim\limits_{x \to e^-} \dfrac{f(x)}{x - e}$.

c) $f'_d(1)$. ($f'_d(1)$ désigne le nombre dérivé de f, à droite en 1).

d) Le sens de variation de f sur I.

2) a) Montrer que f est une bijection de I sur un intervalle J qu'on précisera.

b) Soit $(\mathscr{C}')$ la courbe représentative de la fonction réciproque f^{-1} de f dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. Tracer, sur la feuille annexe, la courbe $(\mathscr{C}')$ en précisant les demi-tangentes respectivement aux points d'abscisses 0 et 1.

3) On suppose que pour tout réel x de [1, e] , $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-\ln x}}{x}$.

Soit F la fonction définie sur [1, e] par $F(x) = -\dfrac{2}{3}(1-\ln x)\sqrt{1-\ln x}$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur [1, e] .

b) Calculer en cm^2 l'aire $\mathscr{A}_1$ du domaine limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$.

c) En déduire en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine limité par les deux courbes $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ et les deux axes des coordonnées.

ANNEXE

(A RENDRE AVEC LA FEUILLE DE COPIE)