REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 3h	COEFFICIENT : 3
SECTION : Sciences de l'Informatique			SESSION PRINCIPALE

Le sujet comporte 3 pages. La page 3/3 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (4,5 points)

Soit z un nombre complexe quelconque.
On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives $1+3i$, z^2 et iz.

1) Montrer que B est le milieu du segment [AC] si et seulement si z est solution de l'équation (E) : $-2z^2 + iz + 1 + 3i = 0$.

2) a) Calculer $(4+3i)^2$.
b) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

3) On prend $z = -1 - \frac{1}{2}i$.
a) Calculer iz.
b) Sans calculer z^2, placer les points A, B et C.

Exercice 2 (5 points)

On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_n = u_{n-1}^2 + 2u_{n-1}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$

1) a) Vérifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $1 + u_n = (1 + u_{n-1})^2$.
b) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_n > -1$.

2) Soit v la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \ln(1 + u_n)$.
a) Montrer que v est une suite géométrique de raison 2.
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
c) Calculer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 3 (4,5 points)

1) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 9 & -4 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calculer AxB.

b) En déduire que A est inversible et donner sa matrice inverse A^{-1}.

2) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x$ où a, b et c sont des réels et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

On suppose que :

- la tangente à (C) au point d'abscisse 1 a pour équation y = 4x−4,
- (C) admet un point d'inflexion d'abscisse −1.

a) Montrer que a, b et c vérifient le système (S): $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases}$.

b) Résoudre, dans IR^3, le système (S) puis en déduire l'expression de f(x).

Exercice 4 (6 points)

Dans la feuille annexe, est représentée une fonction f définie, dérivable sur IR et vérifiant :

- sa fonction dérivée f' ne s'annule qu'en −2 et 1,
- sa courbe (C) admet la droite d'équation y = 0 comme asymptote au voisinage de $-\infty$ et une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$,
- la tangente à (C) au point A(0, −1) est la droite T d'équation y = −2 x−1.

1) Tracer, dans la feuille annexe, la droite T.

2) Par lecture graphique :

a) Donner f(0) et f'(0).

b) Préciser $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c) Donner le tableau de variation de f. (On ne précisera pas les valeurs de f(-2) et f(1)).

3) On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire du domaine hachuré.

a) Placer les points $B(-\frac{1}{2}, 0)$ et $C(-\frac{3}{4}, 0)$.

b) Calculer les aires des triangles OAB et OAC.

c) En déduire que $2 \leq 8\mathcal{A} \leq 3$.

Annexe à rendre avec la copie

Annexe