

## Corrigé sujet mathématiques section lettres session principale 2019

### Exercice 1

1) a)

$$u_1 = u_{0+1} = \frac{1}{2}u_0 + 3 = \frac{1}{2} \times 2 + 3 = 4.$$

$$u_2 = u_{1+1} = \frac{1}{2}u_1 + 3 = \frac{1}{2} \times 4 + 3 = 5.$$

b)

$u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$  sont trois termes consécutifs de la suite  $u_n$ .

$u_0 + u_2 = 7 \neq 2u_1$  donc la suite  $u_n$  n'est pas arithmétique.

$u_0 \times u_2 = 10 \neq u_1^2$  donc la suite  $u_n$  n'est pas géométrique.

2) a)

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = \frac{1}{2}u_n + 3 - 6 = \frac{1}{2}u_n - 3 = \frac{1}{2}(u_n - 6) = \frac{1}{2}v_n.$$

la suite  $v_n$  est géométrique de raison  $q = \frac{1}{2}$  et de premier terme  $v_0 = u_0 - 6 = -4$ .

b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = v_0 q^n = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

3) a) On a  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = -4 \left(\frac{1}{2}\right)^n = u_n - 6$  donc  $u_n = v_n + 6 = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} -4 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 6$  or  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$ .

### Exercice 2

1)  $f(6) = \ln\left(\frac{1}{2} \times 6 + 1\right) = \ln 4$  et  $f(-1) = \ln\left(\frac{1}{2} \times (-1) + 1\right) = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$ .

2)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = -\infty$  car  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{1}{2}x + 1\right) = +h \text{ et } \lim_{x \rightarrow +h} \ln x = +\infty.$$

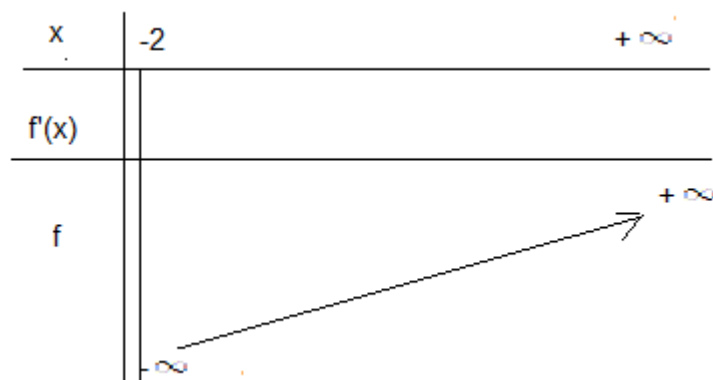
3) a) Pour tout  $x \in -2, +\infty$ ,  $f'(x) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}x + 1} = \frac{1}{x + 2}$ .

$$b) f'(0) = \frac{1}{0+2} = \frac{1}{2}.$$

c) Une équation de la tangente T au point d'abscisse 0 est  $T : f'(0) (x-0) + f(0)$ .

$$\text{Or } f'(0) = \frac{1}{2} \text{ et } f(0) = \ln 1 = 0 \text{ d'où } T : y = \frac{1}{2}x.$$

4) a) Tableau de variation de f :



b) Sur  $-2,0$ ,  $f(x) \leq 0$  et Sur  $0, +\infty$ ,  $f(x) \geq 0$ .

$$c) -\ln 2 \leq f(x) \leq \ln 4, \quad S_{-2,+\infty} = -1,6.$$

### Exercice 3

1) Le nombre des tirages possibles est  $C_7^3 = 35$ .

$$2) a) p_C = \frac{C_4^3}{35} = \frac{4}{35} \text{ et } p_V = \frac{C_3^3}{35} = \frac{1}{35}.$$

b)  $C \cap V$  est l'évènement obtenir trois jetons qui portent trois voyelles et trois consonnes en même temps ce qui est impossible donc  $C \cap V = \emptyset$ .

$$c) p_{C \cup V} = p_C + p_V - p_{C \cap V} = \frac{4}{35} + \frac{1}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}.$$

$$3) a) p_S = p_{C \cup V} \text{ donc } p_{\bar{S}} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$b) p_E = C_5^2 \left(\frac{1}{7}\right)^2 \left(\frac{6}{7}\right)^3.$$