RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ●●○●● **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** SESSION **2017**	Épreuve : **Mathématiques** Section : **Sciences expérimentales** Durée : 3h — Coefficient : 3 **Session principale**

Le sujet comporte 4 pages .La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points $A(2,2,1), B(0,-2,4)$ et $C(2,0,-4)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{BC}$.

b) On note P le plan (OBC).

En remarquant que $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{BC} = 4\,\overrightarrow{OA}$, justifier que la droite (OA) est perpendiculaire au plan P en O.

c) Montrer que la distance du point O à la droite (BC) est égale à $\sqrt{2}$.

2) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que :

$x^2+y^2+z^2-4x-4y-2z-2=0.$

Montrer que (S) est la sphère de centre A et de rayon $\sqrt{11}$.

3) a) Calculer la distance OA.

b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.

c) Montrer que la droite (BC) est tangente au cercle (C).

4) On considère le point $H(1,-1,0)$.

a) Montrer que H est le point de contact de la droite (BC) et du cercle (C).

b) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à (S) en H.

Exercice 2 (4,5 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4\sqrt{5}\,i=0$.

a) Calculer $\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

b) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta=-3\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

c) En déduire que les solutions de (E) sont :

$$a=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{et} \quad b=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right).$$

Dans **la figure 1** de l'annexe ci-jointe, $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan,

(C) est le cercle de centre O et de rayon 3.

2) Soit Q le point d'affixe $\sqrt{5}+2i$.

   a) Montrer que le point Q appartient à (C).

   b) Construire alors le point Q.

3) Soient A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes a et b.

   a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle (C).

   b) Vérifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

   c) En déduire que le quadrilatère OAQB est un losange.

   d) Construire alors les points A et B.

<u>Exercice 3</u> (7points)

Soient f la fonction définie sur IR par $f(x)=\left(1+x^2\right)e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

   c) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ et interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=-(x-1)^2\,e^{-x}$.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C) au point J d'abscisse 0.

   b) Soient A et B les points de (C) d'abscisses respectives 1 et 3.

   Montrer que A et B sont deux points d'inflexion de (C).

4) Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe :

   - (Γ) est la courbe représentative dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ de la fonction g définie sur IR par $g(x)=e^x$.
   - E et F sont les points de (Γ) d'abscisses respectives (-1) et $\ln 10-3$.
   - G est le point de coordonnées $(0\ ,\ 1-6e^{-3})$.

   a) Exprimer $f(1)$ en fonction de $g(-1)$ et $f(3)$ en fonction de $g(-3)$.

   b) En remarquant que $10\,g(-3)=g(\ln 10 - 3)$, placer les points A et B dans l'annexe.

5) a) Soit K le point de coordonnées $(\frac{11}{2}, 0)$.

Montrer que la droite (BK) est la tangente à la courbe (C) au point B.

b) Tracer la courbe (C) dans l'annexe (On placera les tangentes à (C) en A, en J et en B).

6) Soit S l'aire en (u.a) de la partie E du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésiennes $x = 0$ et $x = 3$.

a) Hachurer E .

b) Soit F la fonction définie sur IR par $F(x) = -\left(x^2 + 2x + 3\right)e^{-x}$.

Montrer que F est une primitive de f sur IR.

c) Calculer S.

d) Vérifier que la valeur moyenne de f sur l'intervalle [0,3] est égale à $1 - 6e^{-3}$.

e) Tracer dans la **figure 2** un rectangle d'aire égale à S.

<u>Exercice 4</u> (3,5points)

Si une femme enceinte porte un seul fœtus, on dit qu'elle a une grossesse **unique** sinon on dit qu'elle a une grossesse **multiple**.

Dans une ville, une étude faite sur une population de femmes enceintes montre que

- le pourcentage des femmes ayant une grossesse multiple est de 5%,
- parmi les femmes ayant une grossesse multiple, 55% finissent par accoucher dans le délai prévu,
- parmi les femmes ayant une grossesse unique, 92 % finissent par accoucher dans le délai prévu.

On choisit au hasard une femme de cette population.

On désigne par U et D les évènements suivants :

U : « la femme a une grossesse unique ».

D : « la femme accouche dans le délai prévu ».

1) a) Déterminer p(U)

b) En utilisant les évènements U et D, traduire en terme de probabilités les pourcentages 92 % et 55 %.

2) a) Calculer p(D) .

b) Une femme a accouché dans le délai prévu, montrer que la probabilité que sa grossesse soit unique est égale à 0,9694.

3) Le service de maternité de cette ville prévoit qu'en Juillet 2017, n femmes enceintes devraient accoucher dans le délai prévu, ($n \geq 2$).

On note p_n la probabilité qu'au moins une de ces femmes ait une grossesse multiple.

a) Exprimer p_n en fonction de n.

b) Quel est le nombre minimal des femmes qui devront accoucher en Juillet 2017 dans le délai prévu pour que la probabilité p_n soit supérieure à 0,9 ?

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve : Mathématiques **Section : Sciences expérimentales**

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

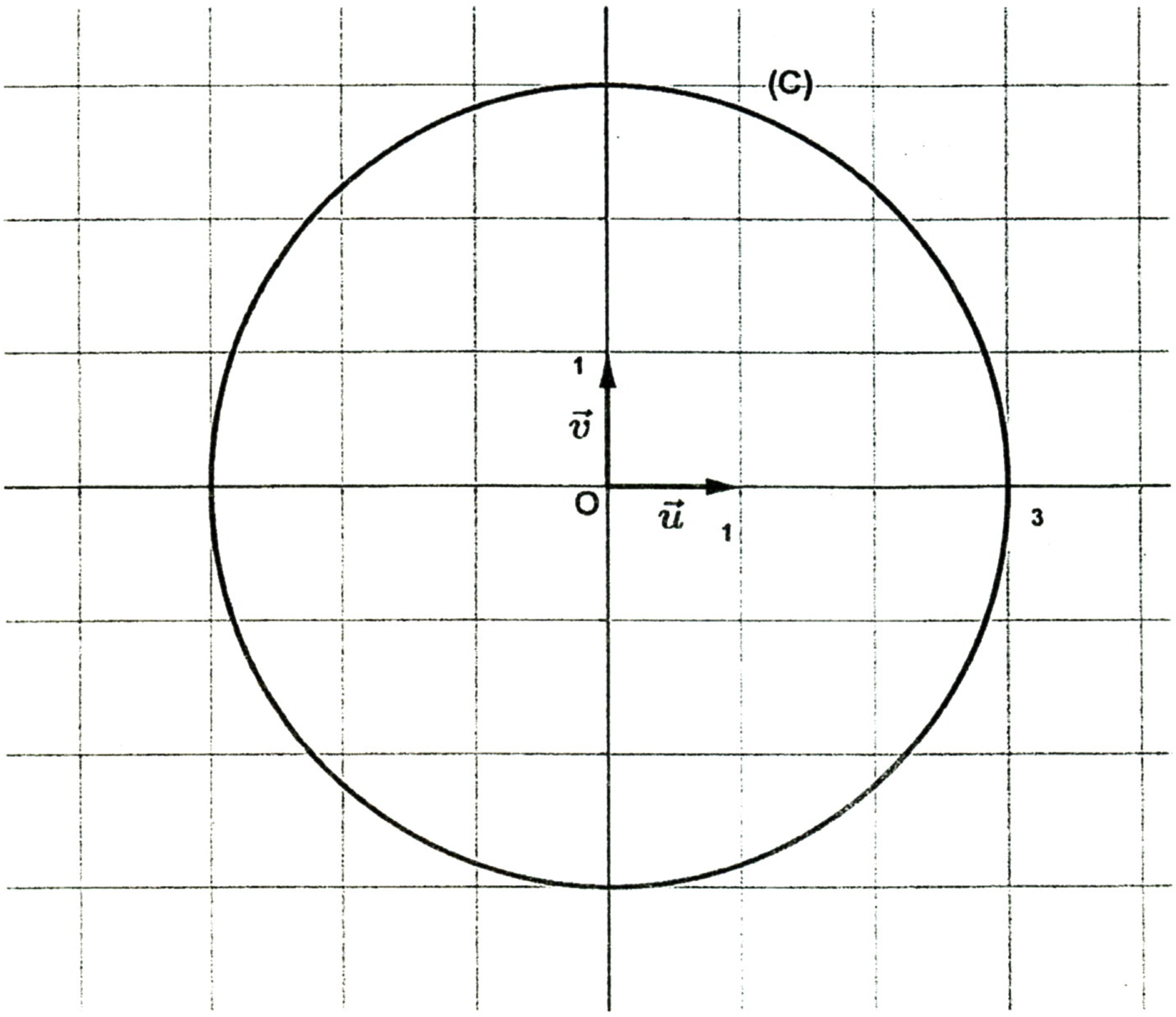

Figure 2