REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SESSION DE CONTRÔLE

SECTION : SPORT

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 2h **COEFFICIENT :** 1

Exercice 1 (6 points)

Une urne contient 9 jetons indiscernables au toucher repartis comme suit : 3 rouges, 4 noirs et 2 verts.

On tire simultanément et au hasard trois jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir trois jetons de même couleur ».

B : « Obtenir trois jetons de 3 couleurs différentes ».

C : « Obtenir au moins un jeton vert ».

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage simultané de trois jetons, associe le nombre de jetons verts restant dans l'urne.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 (6 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = -\dfrac{1}{2}u_n + 1 \quad , \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? Expliquer.

c) La suite (u_n) est-elle monotone sur $\mathbb{N}$? Expliquer.

2) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq 2$.

3) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - \dfrac{2}{3}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{2}$.

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Problème : (8 points)

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = e^{\frac{1}{x}-1}$ et on désigne par $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2 cm).

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

   b) Vérifier que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{e}$ et interpréter graphiquement ce résultat .

2) a) Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) < 0$.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

   c) Soit (T) la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.

   Montrer qu'une équation de (T) est : $y = -x + 2$.

3) Tracer (T) et $(\mathscr{C})$. (on prendra $\frac{1}{e} \simeq 0{,}34$).

4) a) Montrer que f est une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$ (f^{-1} étant la fonction réciproque de f).