REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

SESSION PRINCIPALE

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : S P O R T

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 2h **COEFFICIENT :** 1

Exercice 1 : (6 points)

Une urne contient deux jetons noirs numérotés 1 , 2 ; trois jetons jaunes numérotés 1, 2, 2 et trois jetons verts numérotés 1, 2, 2.

On tire simultanément et au hasard deux jetons de l'urne et on suppose que tous les jetons ont la même probabilité d'être tirés.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « Obtenir deux jetons verts ».
   B : « Obtenir deux jetons de même couleur ».
   C : « Obtenir deux jetons portant des numéros différents ».

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage simultané de deux jetons, associe le nombre de jetons portant le numéro 1.
   a) Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

x_i		1	
$P(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$	

   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 : (6 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} u_0 = -4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - 1 , \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) a) Calculer u_1 et u_2.
   b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n + \frac{4}{3}$.
   a) Calculer v_0 .
   b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.
   c) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
   d) Déterminer la limite de la suite (u_n).

Problème : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \text{Log}\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ et $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans un plan P muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a) Vérifier que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = \text{Log}(x+1) - \text{Log}x$.

b) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; $f'(x) = \frac{-1}{x(x+1)}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Calculer $f(\frac{1}{2})$ et $f(1)$.

b) Tracer la courbe $(\mathscr{C})$. (On placera les points A et B d'abscisses respectives $\frac{1}{2}$ et 1).

4) a) Montrer que f est une bijection de $]0, +\infty[$ sur $]0, +\infty[$.

b) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f^{-1}(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ où f^{-1} est la fonction réciproque de f.