REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** **SESSION DE JUIN 2013**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : **2 h** Coefficient : 1
Section : **Sport**	**SESSION DE CONTROLE**

Le sujet comporte trois pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 10 \\ U_{n+1} = \frac{3}{5}U_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer U_1 et U_2. En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n > -\frac{15}{2}$.

b- Montrer alors que la suite (U_n) est décroissante.

c- En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = U_n + \frac{15}{2}$

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{5}$.

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c- Déterminer la limite de la suite (U_n).

Exercice2 (5points)

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher répartis comme suit :

- **Quatre** blancs numérotés 1 ; 1 ; 2 ; 2
- **Trois** noirs numérotés 1 ; 1 ; 2
- **Un** jaune numéroté -1

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir deux jetons de même couleur ».

B : « Obtenir deux jetons dont le produit des numéros est négatif ».

2) Montrer que $p(A \cup B) = \frac{4}{7}$

3) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le produit des deux numéros inscrits sur les jetons tirés.

a- Vérifier que $p(X = -1) = \frac{1}{7}$.

b- Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

X_i	-2	-1	1	2	4
$p(X=X_i)$		$\frac{1}{7}$			

c- Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice3 (5points)

On donne ci-dessous le tableau de variation incomplet de la fonction f définie sur IR par $f(x) = 2x + e^{-2x}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f '(x)		−	0	+	
f	$+\infty$	↘		↗	

1) a- Justifier les résultats concernant la limite de f en $-\infty$ et le signe de sa fonction dérivée f '.

b- Recopier le tableau de variation de f et le compléter.

2) On désigne par (Γ) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

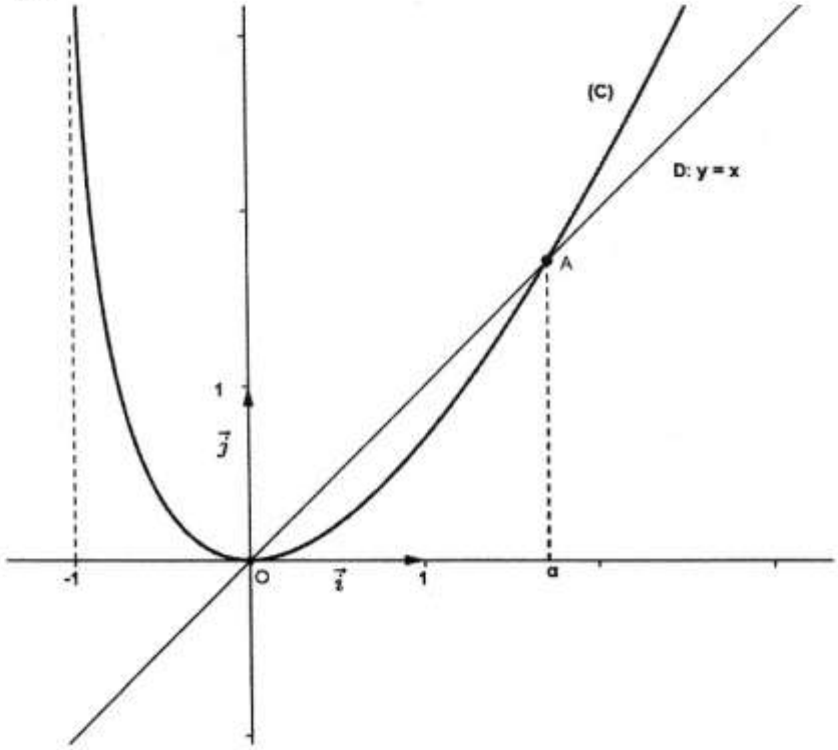
a- Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b- Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe (Γ) de f au voisinage de $+\infty$.

3) Construire Δ et (Γ).

Exercice4 (4points)

Dans le graphique ci-dessous, on a tracé selon un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe (C) de la fonction g définie sur]-1,+∞[par $g(x) = x\text{Log}(1+x)$ et la droite D d'équation y = x.



1) a- On désigne par α l'abscisse du point A intersection de (C) et D autre que l'origine O. Montrer que $\alpha = e - 1$.
   b- Etudier graphiquement le signe de $[g(x) - x]$ pour $x \in]-1,+\infty[$.
2) a- Vérifier que la fonction $G: x \mapsto \frac{1}{2}(x^2-1)\text{Log}(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$ est une primitive de g sur $]-1,+\infty[$.
   b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite D, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = e - 1$.