

REPUBLICQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ♦♦♦ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2014	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 2 h
	Coefficient : 1
Section : Sport	Session de contrôle

Exercice 1 (6 points)

Soit (V_n) la suite géométrique de premier terme $V_0 = \frac{1}{6}$ et de raison $\frac{1}{4}$.

1) a) Exprimer V_n en fonction de n .

b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.

2) Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = -\frac{23}{6} \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n - 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > -4$.

b) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{4}(4 + U_n)$.

c) En déduire que la suite (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente.

3) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n - U_n = 4$.

b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice 2 (7 points)

Une urne contient neuf jetons indiscernables au toucher dont :

- quatre sont blancs et numérotés : 1 ; 2 ; 3 et 4.
- trois sont noirs numérotés : 1 ; 2 et 3.
- deux sont rouges et numérotés : 1 et 2.

Une épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.

Soient les évènements :

A : « Les trois jetons tirés sont de même couleur »

B : « Les trois jetons tirés portent le même numéro »

C : « Le tirage est tricolore ».

1) a) Calculer $P(A)$ et $P(B)$.

b) Justifier que les évènements A et B sont incompatibles.

En déduire $P(A \cup B)$

c) Vérifier que $P(C) = \frac{2}{7}$.

2) Soit la variable aléatoire X qui à chaque tirage de trois jetons, associe le nombre de jetons portant un numéro pair.

- a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

x_i			2	3
$P(X=x_i)$			$\frac{15}{42}$	

- b) Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 3 (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2xe^{-x}$. On désigne par C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a) Justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
b) Donner alors une interprétation graphique de cette limite.
- 2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.
b) En déduire la nature de la branche infinie de la courbe C au voisinage de $-\infty$.
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2(1-x)e^{-x}$.
b) En déduire le signe de $f'(x)$.
c) Dresser alors le tableau de variation de f .
- 4) a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet pour ensemble de solutions dans \mathbb{R} , l'ensemble $\{0, \text{Log } 2\}$
b) En déduire que la courbe C coupe la droite Δ d'équation $y = x$ en deux points dont on précisera les coordonnées.
- 5) Tracer la courbe C et la droite Δ .
- 6) a) A l'aide d'une intégration par parties, justifier que
$$\int_0^{\text{Log } 2} xe^{-x} dx = \frac{1}{2}(1 - \text{Log } 2) .$$

b) En déduire l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par la courbe C , la droite Δ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \text{Log } 2$.