

## Corrigé sujet mathématiques section Sport session Contrôle 2019

### Exercice 1

1)a)

$$u_1 = u_{0+1} = -20 + 1,2u_0 = -20 + 1,2 \times 300 = 340.$$

$$u_2 = u_{1+1} = -20 + 1,2u_1 = -20 + 1,2 \times 340 = 388.$$

2) a)

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 100 = -20 + 1,2u_n - 100 = 1,2(u_n - 100) = 1,2v_n.$$

la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q=1,2$  et de premier terme  $v_0 = u_0 - 100 = 200$ .

b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = v_0 q^n = 200 (1,2)^n$ .

c)

$$n \in \mathbb{N}, v_n = 200 (1,2)^n \text{ et } v_n = u_n - 100 \text{ donc } u_n = v_n + 100$$

$$\text{donc } u_n = 200 (1,2)^n + 100$$

3) a)

$$u_n \geq 550 \text{ équivaut à } 200 (1,2)^n + 100 \geq 550$$

$$\text{équivaut à } 200 (1,2)^n \geq 450$$

$$\text{équivaut à } (1,2)^n \geq 2,25$$

$$\text{équivaut à } \ln((1,2)^n) \geq \ln(2,25)$$

$$\text{équivaut à } n \ln(1,2) \geq \ln(2,25)$$

$$\text{équivaut à } n \geq \frac{\ln(2,25)}{\ln(1,2)} \approx 4,44$$

Donc le plus petit entier  $n$  tel que  $u_n \geq 550$  est  $n=5$ .

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 200 (1,2)^n + 100$  or  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1,2^n = +\infty$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .

### Exercice 2

1) Card E =  $A_{10}^3 = 720$ .

2) a)  $p(A) = \frac{A_5^3}{720} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$  et  $p(B) = \frac{A_5^3 + A_3^3}{720} = \frac{66}{720} = \frac{11}{120}$

b)  $p(C) = 3 \frac{A_3^1 \times A_8^2}{720} = \frac{7}{15}$ .

3) a)

$$X \in \{0,1,2\}$$

$$p(X=0) = \frac{A_8^3}{720} = \frac{21}{45}$$

$$p(X=1) = p(C) = \frac{21}{45}$$

$$p(X=2) = 3 \cdot \frac{A_2^2 A_8^1}{720} = \frac{3}{45}$$

$$b) E(X) = 0 \times \frac{21}{45} + 1 \times \frac{21}{45} + 2 \times \frac{3}{45} = 0,6$$

### Exercice 3

$$1) a) f'(0) = \frac{-1-1}{-1-0} = -2$$

b) Une équation de la tangente T au point d'abscisse 0 est  $T : f'(0) (x-0) + f(0)$ .

Or  $f'(0) = 2$  et  $f(0) = 1$  d'où  $T : y = 2x + 1$ .

$$2) a) f(x) = p e^{px} \text{ donc } f'(0) = p = 2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{2x} = +\infty .$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^{2x} = 0 .$$

3) f est continue et strictement croissante sur IR donc f réalise une bijection de IR.

$$4) a) \text{ soit } f^{-1}(e) = a \text{ donc } f(a) = e = e^{2a} \text{ donc } a = f^{-1}(e) = \frac{1}{2}.$$

De même  $f^{-1}(1) = 0$ .

b) voir figure.

$$5) S = \int_{-1}^0 (e^{2x} - x) dx = \left[ \frac{1}{2} e^{2x} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 = \frac{2e^2 - 1}{2e^2}.$$

