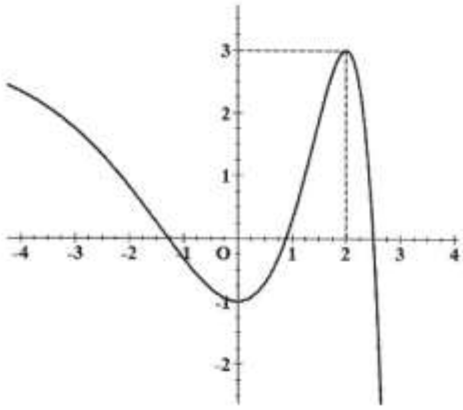
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** **SESSION DE JUIN 2013**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : **3 H** Coefficient : **3**
Section : **Sciences Techniques**	**SESSION PRINCIPALE**

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

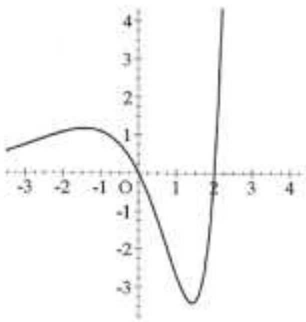
Exercice 1 (3 points)

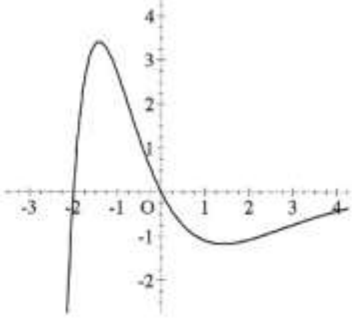
Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence d'une réponse vaut 0 point.

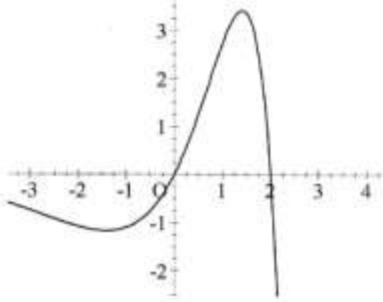
I. On a tracé ci-contre, dans un repère orthonormé, la courbe d'une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.



1) La courbe représentative de la fonction dérivée f' de f dans un repère orthonormé est

a) 

b) 

c) 

2) L'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f', l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ est égale à

a) **4** b) **3** c) **6**

II. Soit , dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2+2(1+i)z+\sqrt{13}-2\sqrt{3}\,i=0$;
On note z_1 et z_2 les solutions de (E).

1) Une mesure de $\arg(z_1+z_2)$ est

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{5\pi}{4}$

2) Le module de $z_1.z_2$ est égal à :

a) 5   b) 1   c) 25

Exercice 2 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A (4 , 2 , 2), B (5 ,−2 ,3) et C (1 , 1 , 1) et la droite $\Delta : \begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=1+\alpha \\ z=1+2\alpha \end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$

On désigne par (P) le plan passant par A et perpendiculaire à la droite Δ.

1) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est $2x+y+2z-14=0$.
b) Vérifier que $B\in(P)$ et que $C\notin(P)$.
c) Vérifier que $C\in\Delta$ et que $A\notin\Delta$.

2) Soit le point D(3 , 2 , 3).

a) Montrer que D est le projeté orthogonal du point C sur le plan (P) .
b) Montrer que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.
c) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ABCD.

3) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et en déduire la distance d du point D à la droite (AB).
b) Vérifier que $\mathcal{V}=\dfrac{AB\times d\times CD}{6}$.

Exercice 3 (5 points)

1) a) Vérifier que $(2+2i)^2=8i$
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-2(1+i)z-6i=0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=3+3i$, $z_B=-1-i$ et $z_C=(1-2\sqrt{3})+(1+2\sqrt{3})i$

a) Vérifier que $z_C-z_A=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right).(z_B-z_A)$.

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

3) Soient le point Ω d'affixe $z_{\Omega} = 1+i$ et le point D symétrique du point C par rapport à Ω.

a) Vérifier que Ω est le milieu du segment $[AB]$.

b) Placer les points A, B, Ω , C et D.

c) Montrer que le quadrilatère ACBD est un losange.

d) Calculer l'aire de ce losange.

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) Déterminer les coordonnées des points E et F intersections de la courbe (C) avec, respectivement, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

3) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion K dont on déterminera les coordonnées.

c) Tracer la courbe (C).

4) On pose $I_0 = \int_{-2}^{2} e^{-t} dt$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $I_n = \int_{-2}^{2} (t+2)^n e^{-t} dt$.

a) Montrer que $I_0 = e^2 - \dfrac{1}{e^2}$.

b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :

pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_{n+1} = (n+1)I_n - \dfrac{4^{n+1}}{e^2}$.

c) Calculer I_1 et I_2 .

5) On désigne par (D) le domaine du plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 2$.

a) Hachurer le domaine (D).

b) Soit $\mathcal{V}$ volume du solide de révolution engendré par la rotation de (D) autour de l'axe des abscisses. Calculer $\mathcal{V}$.