

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ♦♦♦♦ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2015	Épreuve : MATHEMATIQUES	
	Durée : 3 H	Coefficient : 3
Section : Sciences techniques	Session de contrôle	

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

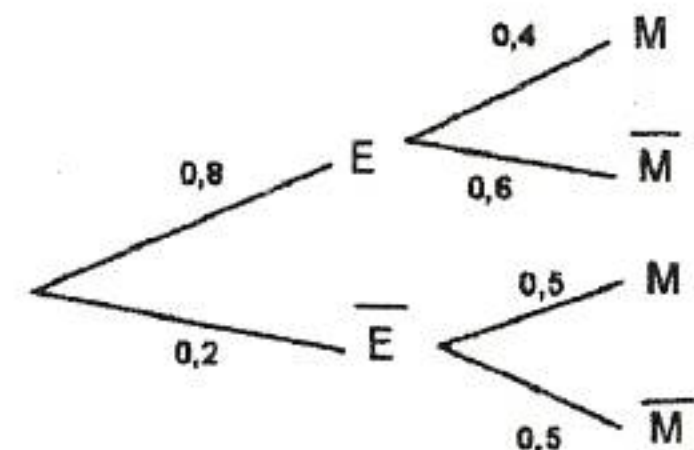
Exercice 1 (3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

I) Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondérée ci-contre.

- 1) La probabilité de l'événement \bar{M} sachant E est :
- a) 0,32 b) 0,6 c) 0,48.
- 2) La probabilité de l'événement $(\bar{M} \cap \bar{E})$ est :
- a) 0,5 b) 0,2 c) 0,1.



II) A et B deux évènements indépendants tels que $p(A) = \frac{1}{7}$ et $p(B) = \frac{3}{5}$.

$p(A \cup B)$ est égale à :

- a) $\frac{26}{35}$ b) $\frac{23}{35}$ c) $\frac{3}{35}$

III) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + e^{1+2\ln(x)}}{x^2}$ est égale à :

- a) e b) $+\infty$ c) 0

Exercice 2 (5,5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(4,0,0)$, $B(0,4,0)$ et $C(0,0,4)$.

- 1) a- Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.
- b- Dédurre que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est : $x + y + z - 4 = 0$.
- c- Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $8\sqrt{3}$.

2) Soit le point $G(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3})$.

a- Montrer que le point G est le centre de gravité du triangle ABC.

b- Montrer que $[OG]$ est la hauteur issue de O du tétraèdre OABC.

3) On donne les points I, J et K milieux respectifs des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$

a- Justifier que $\overrightarrow{KI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{KJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et que $\overrightarrow{KI} \wedge \overrightarrow{KJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b- En déduire l'aire du triangle IJK.

4) On désigne respectivement par V et V' les volumes des tétraèdres OABC et OIJK.

Montrer que $V' = \frac{1}{4}V$.

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1-x)e^x$

1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

b- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a- Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = -xe^x$.

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Construire (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

3) a- Vérifier que pour tout réel x on a : $(f(x))^2 = e^x \cdot f(x) + f'(x) \cdot f(x)$.

b- Montrer que la fonction H définie sur \mathbb{R} par $H(x) = \frac{1}{4}(3-2x)e^{2x}$ est une primitive de la fonction $x \mapsto e^x f(x)$.

c- On désigne par V le volume de révolution du solide engendré par la rotation, autour de l'axe des abscisses, de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Montrer que $V = \frac{\pi}{4}(e^2 - 5)$

Exercice 4 (5,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1+i\sqrt{3}$, $z_B = \sqrt{3}+i$ et $z_C = -z_B$

1) a- Ecrire sous forme exponentielle les nombres complexes z_A , z_B et z_C .

b- Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle ζ de centre O et de rayon 2.

c- Construire les points A, B et C dans le repère $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

2) a- Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b- Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Soient M un point du plan d'affixe $z_M = 2e^{i\theta}$ avec $\theta \in \left] \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right[$ et S l'aire du triangle MBC.

a- Vérifier que $M \in \zeta$ et justifier que le triangle MBC est rectangle en M.

b- Montrer que $S = 2 \left| e^{2i\theta} - e^{i\frac{\pi}{3}} \right|$.

c- Vérifier que $e^{i(\theta+\frac{\pi}{6})} \left(e^{i(\theta-\frac{\pi}{6})} - e^{-i(\theta-\frac{\pi}{6})} \right) = e^{i2\theta} - e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d- En déduire que $S = 4 \left| \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \right|$.

4) Déterminer la valeur de θ pour laquelle S est maximale.