

SERIES:

MTE-TSEco-STG

Exercice 1 :(5 points)Soient f et g deux fonctions numérique définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sin^3 x \quad \text{et} \quad g(x) = \cos^3 x$$

1°) Linéariser $f(x)$ et $g(x)$ 2°) Calculer $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (f(x) + g(x)) dx$ **Exercice 2 :(5 points)**

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}-\{0 ; 1 ; 2\}$ par

$$\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_2 = 1 \\ U_n = \frac{2U_{n-1} + U_{n-2}}{3} \end{cases}$$
Soit (W_n) la suite définie par $W_n = U_n - U_{n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}-\{0 ; 1\}$.1°) Calculer W_n en fonction de W_{n-1} .2°) Montrer que (W_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme W_2 ; exprimer W_n en fonction de n .3°) Calculer $S_n = W_2 + W_3 + \dots + W_n$ en fonction de n .4°) Calculer S_n en fonction de U_n et de U_1 et en déduire l'expression de U_n en fonction de n .5°) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Problème:(10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln[(e - 1)x + 1]$.

1°) Etude et représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

2°) Donner une équation cartésienne des tangentes à la courbe (\mathcal{C}) de f aux points d'abscisse respectives 0 et 1 ; tracer ces tangentes.

3°) Montrer que f est une bijection de son ensemble de définition sur un ensemble F que l'on précisera. Déterminer sa bijection réciproque f^{-1} .

4°) On se propose de calculer $I = \int_0^1 f(x)dx$ par deux méthodes :

a) Calculer I à l'aide d'une intégration par parties

b) Calculer $J = \int_0^1 f^{-1}(y)dy$; retrouver I en montrant que $I + J = 1$.